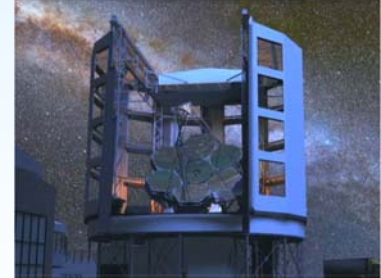
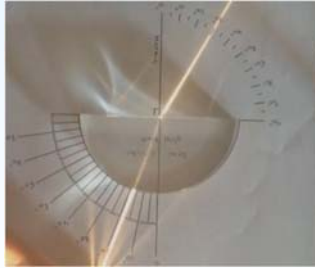
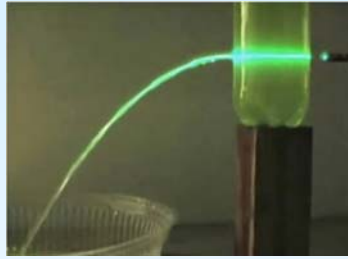
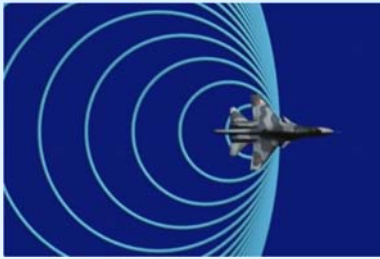




Vågrörelselära och optik



Kapitel 16 - Ljud

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

1



Ljud & Tryckvågor



Del 1. Ljud = Tryckvågor



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

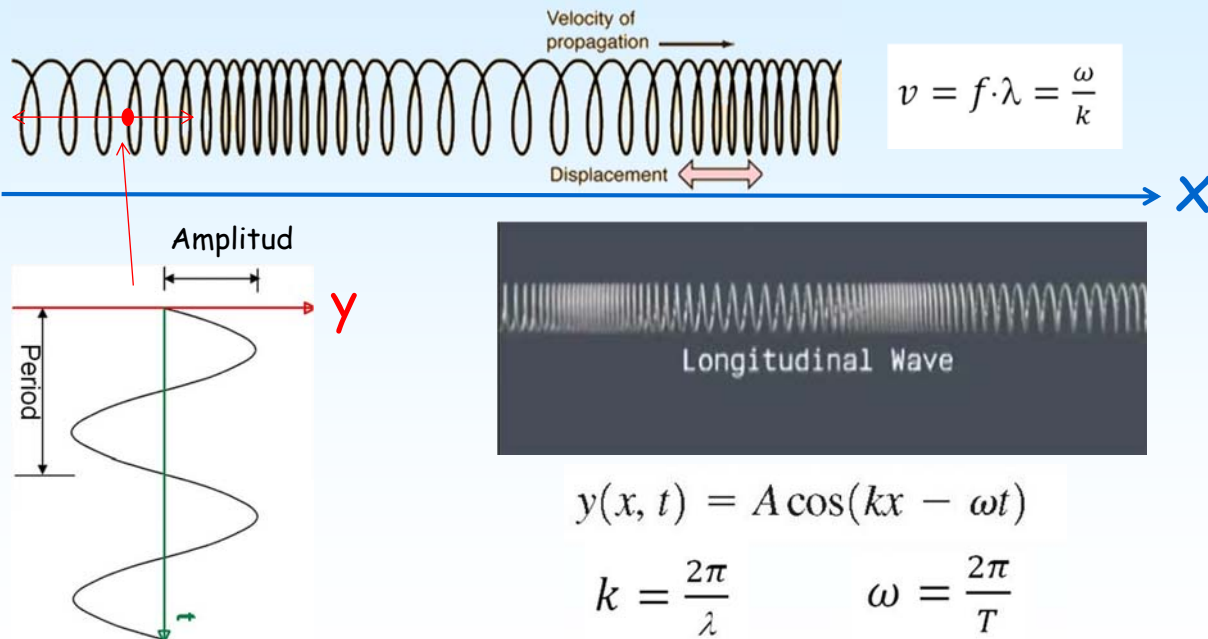
2



Ljud & Tryckvågor



Mekanisk longitudinell sinus våg

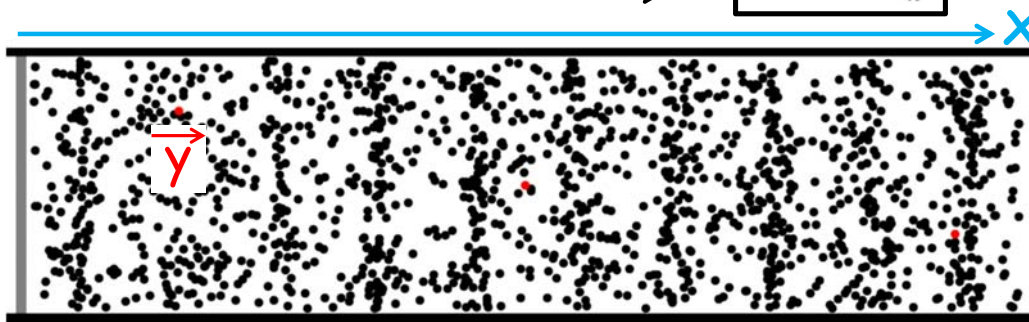


Ljud & Tryckvågor



Vågens hastighet \xrightarrow{V} $v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$

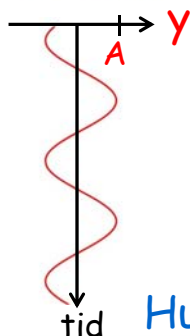
En kolv rör sig in och ut så att en longitudinell sinus våg skapas:



©2011, Dan Russell

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

y : Luftmolekylernas rörelse



Vågfunktionen:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Hur varierar trycket med x och tiden ?????



Ljud & Tryckvågor



Givet

Vågfunktionen: $y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$

Mål

Härled en funktion för trycket !

Hur

Se hur ett tryckändring orsakar en volymändring i ett litet cylindriskt volymentelement.



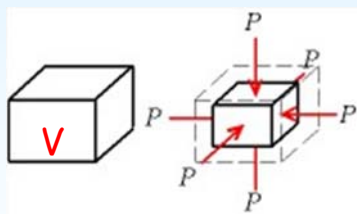
Ljud & Tryckvågor



Bulk modulen

Mått på hur svårt det är att pressa ihop ett material

BULK MODUL



Definition av bulk modulen:

$$B = -V \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

← Tryck ändring
← Volym ändring

Enhet: N/m²

Tryckändringen som orsakas av en volymändring:

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}$$

$\Delta p > 0$ tryck ökning
 $\Delta V < 0$ volym minskning

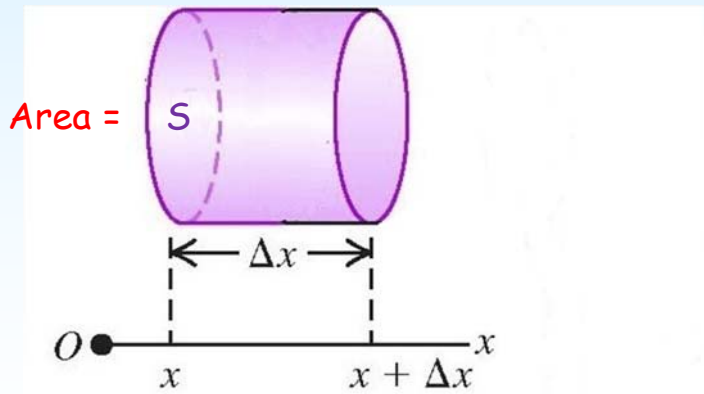


Ljud & Tryckvågor



Anta:

En ljudvåg passerar ett cylinder format volym element:



Volymen:

$$V = S \Delta x$$

Hur ändras denna volym av en ljudvåg ?

Hur ändras trycket ?

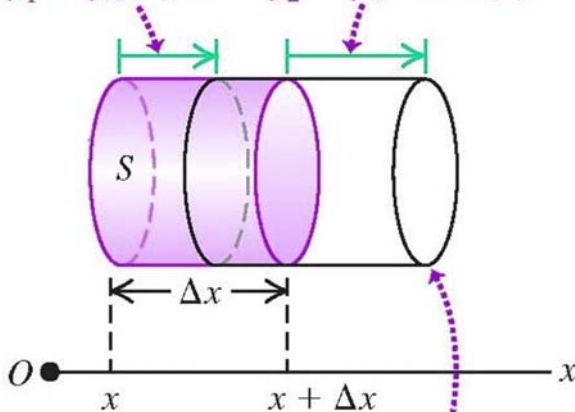


Ljud & Tryckvågor



A sound wave displaces the left end of the cylinder by $y_1 = y(x, t)$...

... and the right end by $y_2 = y(x + \Delta x, t)$.



The change in volume of the disturbed cylinder of fluid is $S(y_2 - y_1)$.

$$V_1 = S\Delta x \quad V_2 = S(x + \Delta x + y_2 - (x + y_1))$$

Tryckändring: $\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}$

Volymen: $V_1 = S\Delta x$

Volym ändringen: $\Delta V = V_2 - V_1 = S(y_2 - y_1)$

$\Delta V = S[y(x + \Delta x, t) - y(x, t)]$

$$\frac{dV}{V} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{S[y(x + \Delta x, t) - y(x, t)]}{S\Delta x} = \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

Momentana tryck variationer:

$$p(x, t) = -B \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$



Ljud & Tryckvågor



Momentana tryck variationer:

$$p(x, t) = -B \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

+

Vågfunktionen:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

=

Tryckfunktionen:

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

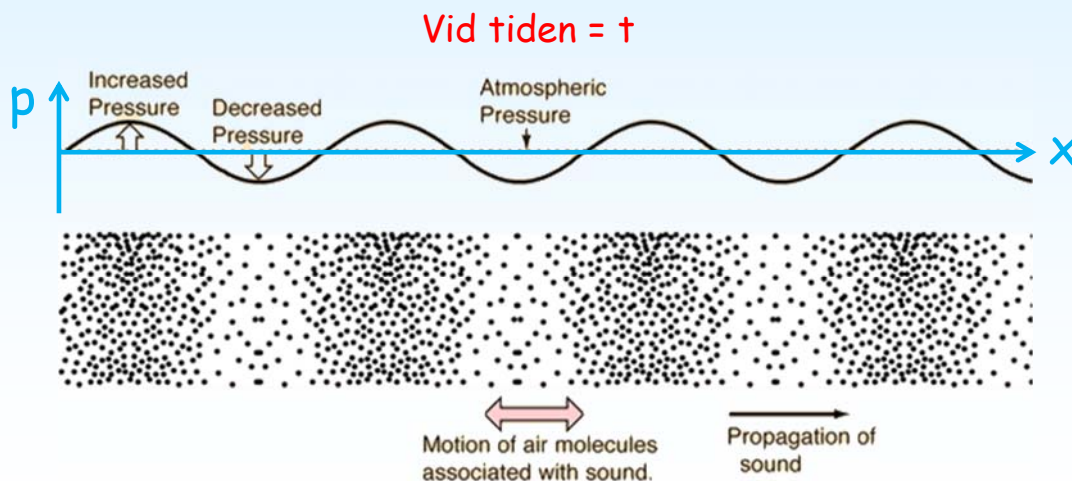


Ljud & Tryckvågor



Tryckfunktionen: $p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$

Amplituden: $p_{\max} = BkA$ Den maximala tryck variationen





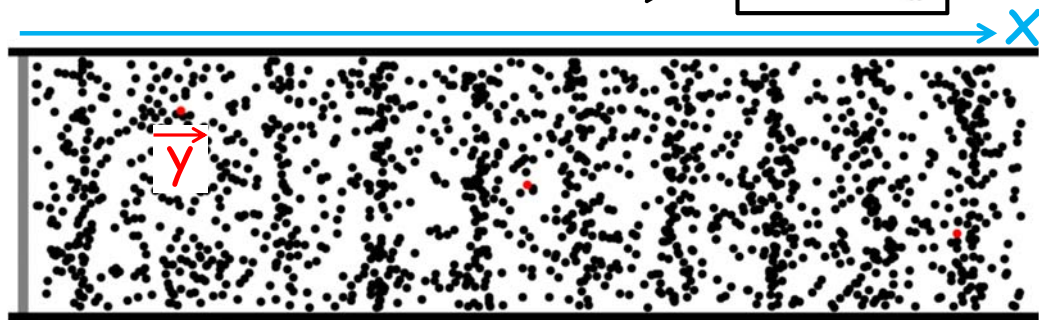
Ljud & Tryckvågor



Vågens hastighet $\rightarrow V$

$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$$

En kolv rör sig in och ut:

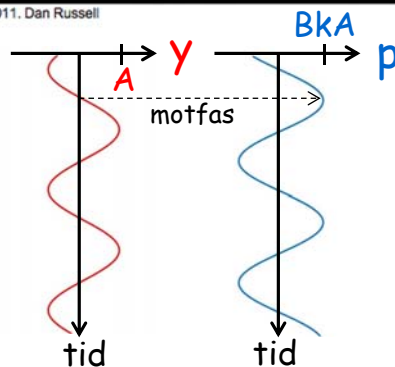


©2011, Dan Russell

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

y: Luftmolekylernas rörelse

p: Trycket vid läget x



Vågfunktionen:
 $y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$

Tryckfunktionen:
 $p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$



Ljud & Tryckvågor



Mänskligt hörande

Hörbart frekvens område: 20-20 kHz

Högljudhet: Större tryck amplitud \rightarrow Större högljudhet (vid samma frekvens)
Ändrad frekvens \rightarrow Ändrad högljudhet (vid samma amplitud)

Tonhöjd: Högre frekvens \rightarrow Högre Tonhöjd
Högre tryck amplitud \rightarrow Vanligtvis högre tonhöjd

Klangfärg: Instrument med samma grundfrekvens kan ha olika innehåll av övertoner d.v.s. olika klangfärg.



Ljud Problem

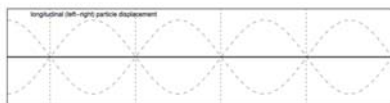


Del 2. Problem lösning

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



Ljud Problem



En sinusformad ljudvåg har frekvensen 1000Hz och en tryck amplitud på 3.0×10^{-2} Pa.

Luft: $v = 344$ m/s, $B = 1.42 \times 10^5$ Pa

Vad blir den maximala förflyttningen av luften p.g.a. denna ljudvåg ?

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{(2\pi \text{ rad})(1000 \text{ Hz})}{344 \text{ m/s}} = 18.3 \text{ rad/m}$$

$$p_{\text{max}} = BkA$$

$$A = \frac{p_{\text{max}}}{Bk} = \frac{3.0 \times 10^{-2} \text{ Pa}}{(1.42 \times 10^5 \text{ Pa})(18.3 \text{ rad/m})} = 1.2 \times 10^{-8} \text{ m}$$



Del 3. Hastigheten av ljud i en vätska

SONAR

SOund
Navigation
And
Ranging



www.youtube.com/watch?v=wTcaFYeUR10



Givet

Tryckändring från en volymändring:

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}$$

Mål

Härled en formel för ljudhastigheten i en vätska !

Hur

Se hur en tryckändring orsakar en volymändring i ett litet cylindriskt volymelement.



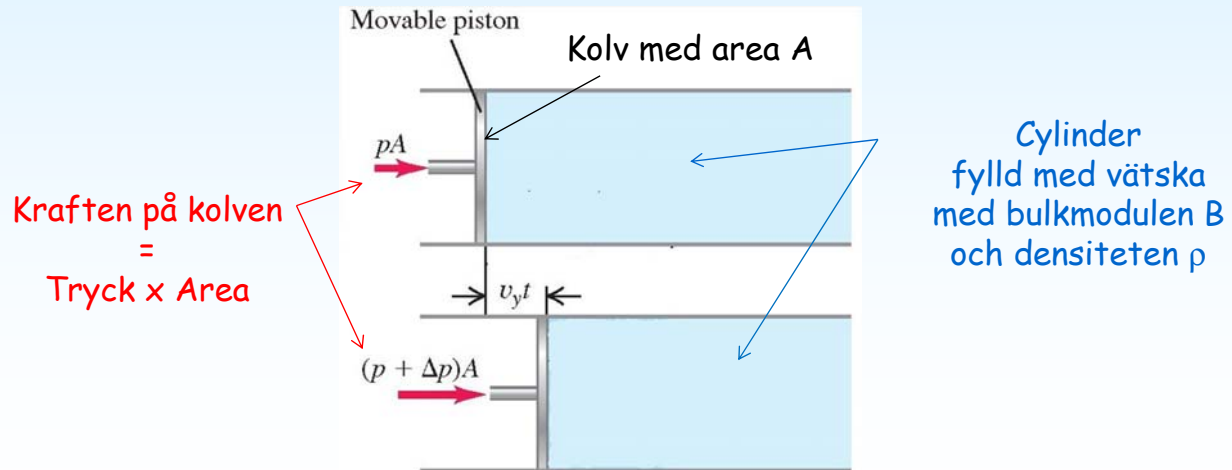
Ljud Hastighet



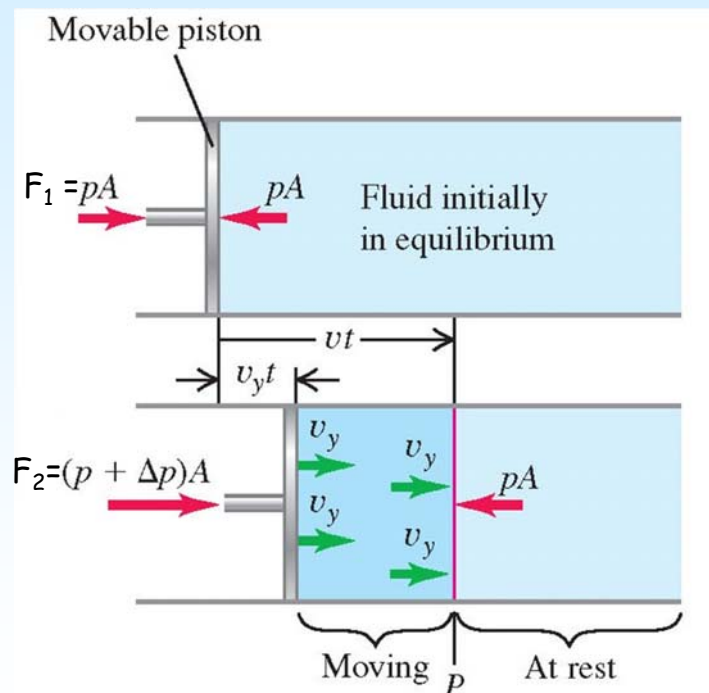
Härledning av formel för ljudhastigheten i en vätska

Anta:

En kolv skjuts in i en cylinder med hastigheten v_y och skapar en tryckvåg



Ljud Hastighet



Variabler

Tiden = 0:

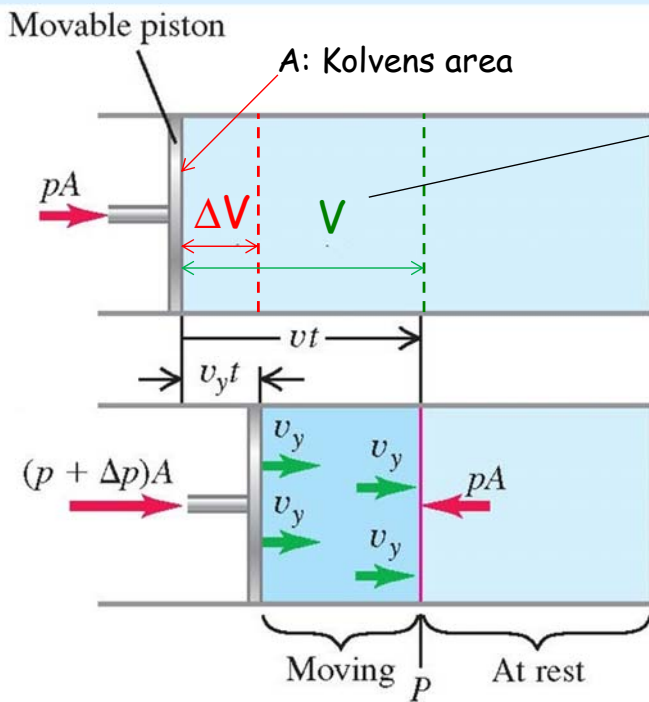
- p = Trycket i vätskan
- A = Kolvens area
- F_1 = Kraften på kolven
- ρ = Vätskans densitet

Tiden = t :

- v_y = Kolvens hastighet
- v = Vågens hastighet
- $v_y t$ = Avståndet kolven rört sig
- $v t$ = Avståndet vågen rört sig
- Δp = Tryck ökningen
- F_2 = Kraften på kolven



Ljud Hastighet



$$V = Avt \quad \text{Volymen}$$

$$\Delta V = -Av_y t \quad \text{Volymändringen}$$

Volymen minskar

$$\text{Tryckändring: } \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}$$

$$\Delta p = B \frac{v_y}{v}$$

v_y ← Kolvens hastighet
 v ← Vågens hastighet



Ljud Hastighet



Repetition Kinematik

Rörelsemängd: $\vec{p} = m\vec{v}$

Impuls: $\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt = (\vec{F}_2 - \vec{F}_1) t$

Rörelsemängd-Impuls teoremet: $\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$

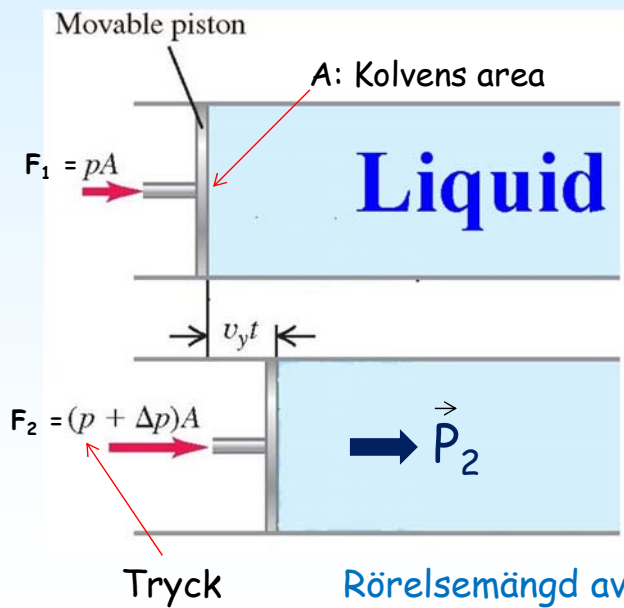
Impulsen är lika med ändringen av rörelsemängden !



Ljud Hastighet



Impulsen om en kolv skjuts in i en cylinder med hastigheten v_y och sätter volymelementet V i rörelse



Metod 1:

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt = (\vec{F}_2 - \vec{F}_1) t$$

$$\vec{J} = (\vec{F}_2 - \vec{F}_1) t = \Delta p A t$$

Metod 2:

$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

$$\vec{J} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \vec{P}_2 - 0 = m v_y$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$



Ljud Hastighet



Metod 1:

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt$$

$$\vec{J} = (\vec{F}_2 - \vec{F}_1) t = \Delta p A t = B A t v_y / v$$

$$\Delta p = B \frac{v_y}{v}$$

Metod 2:

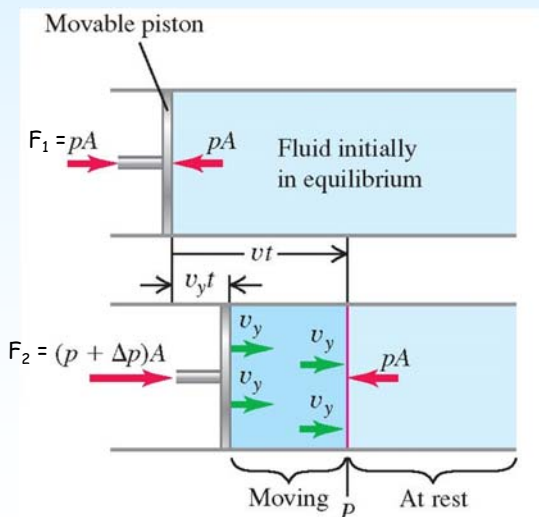
$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{p}_2$$

$$\vec{J} = \vec{P}_2 = m v_y = \rho V v_y = \rho A v t v_y$$

Metod 1 = Metod 2

$$\vec{J} = \vec{J} \quad B \frac{v_y}{v} A t = \rho v t A v_y$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (\text{speed of a longitudinal wave in a fluid})$$





Ljud Hastighet



Allmänt:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Restoring force returning the system to equilibrium}}{\text{Inertia resisting the return to equilibrium}}}$$

Sträng:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

F: Spänn kraft
 μ : Massa per längdenhet

Vätska:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: Bulk modulen
 ρ : Densiteten

Fasta
material:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Y: Young modulen
 ρ : Densiteten

Gas:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: Bulk modulen
 ρ : Densiteten



Ljud Problem



Del 4. Problem lösning

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



Ljud Problem



En människa kan höra frekvenser mellan 20 och 20000 Hz.

Vilka våglängder motsvarar detta ?

Anta att $v = 344 \text{ m/s}$

$$\lambda = v / f$$

$$\lambda = 344 / 20 = 17 \text{ m} \quad \text{for } f = 20 \text{ Hz}$$

$$\lambda = 344 / 20000 = 1.7 \text{ cm} \quad \text{for } f = 20 \text{ kHz}$$



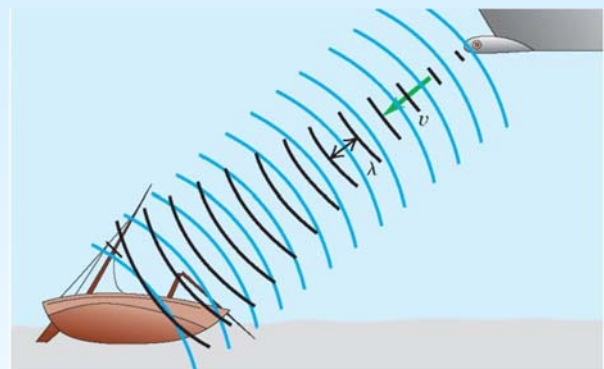
Ljud Problem



Ett sonar system skickar ut ljudvågor med frekvensen 262 Hz.

Vad blir hastigheten och våglängden av denna ljudvåg om $B = 2.18 \times 10^9 \text{ Pa}$?

Vad blir hastigheten och våglängden av vågen i luft om $B = 1.42 \times 10^5 \text{ Pa}$ och densiteten 1.225 kg/m^3 ?



$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2.18 \times 10^9 \text{ Pa}}{1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} = 1480 \text{ m/s}$$

$v = 340 \text{ m/s}$ i luft

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1480 \text{ m/s}}{262 \text{ s}^{-1}} = 5.65 \text{ m}$$

$\lambda = 1.3 \text{ m}$ i luft



Del 5. Ljudets effekt

Det högsta ljud som någonsin uppmätts:

När vulkanen på Krakatoa exploderade år 1883 hördes ljudvågen i Perth på 3100 mil avstånd.

Explosionen motsvarade 10000 atombomber.



Allmänt för mekaniska vågor

Vågens effekt (P): Den momentana hastigheten med vilken energi transporteras av vågen. (P = energi per tidsenhet)

Unit: W or J/s

Våg intensitet (I): Medeleffekten som passerar en yta vinkelrät mot vågens riktning. (I = effekt per ytenhet).

Unit: W/m²

$$I = P_{av} / A_{area}$$

Allmänt för effekt:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (\text{instantaneous rate at which force } \vec{F} \text{ does work on a particle})$$



Vågens effekt (P):

$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t)$$



Ljud Effekt & Intensitet



Vågens effekt (P):

$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t)$$

Tryckfunktionen (p):

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

Tryck = kraft per ytenhet

Vågfunktionen (y):

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

Vågeffekt per ytenhet:

$$P(x, t) = p(x, t)v_y(x, t) = [BkA \sin(kx - \omega t)][\omega A \sin(kx - \omega t)]$$

Effekt Tryck
per m² = $B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$

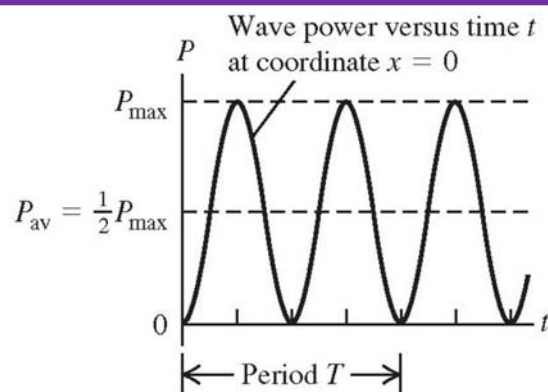


Ljud Effekt & Intensitet



Vågeffekt per ytenhet:

$$P(x, t)/Area = B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$



Maximal effekt: $\frac{P_{max}}{Area} = B\omega k A^2$

Medeleffekt: $\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B\omega k A^2$



Ljud Effekt & Intensitet



Lite övning i algebra:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$k = \frac{\omega}{\sqrt{B/\rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \Rightarrow \sqrt{B} = v\sqrt{\rho}$$

$$\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} B \omega \frac{\omega}{\sqrt{B/\rho}} A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$

$$\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$



Ljud Effekt & Intensitet



Jämför effekt för sträng och ljud:

Effekt allmänt: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (instantaneous rate at which force \vec{F} does work on a particle)

Våg effekt - sträng:

$$P(x, t) = Fk\omega A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{max} = Fk\omega A^2 = \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

$$P_{av} = \frac{1}{2} Fk\omega A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

Enhet: N

Våg effekt - ljud:

$$P(x, t)/Area = B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{max}/Area = B\omega k A^2 = \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2$$

$$P_{av}/Area = \frac{1}{2} B\omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2$$

Enhet: N/m²



Ljud Intensitet



Del 6. Intensitet = medeleffekt per ytenhet



När fisken Gulf Corvina leker skickar den ut ljudsignaler som kan nå en intensitetsnivå på 177 dB (202 dB = 10^8 W/m^2 för ett helt stim).

Detta är ett av de högsta ljuden i djurvärlden och kan ge hörselskador på delfiner, sälar och sjölejon.



Ljud Intensitet



Medeleffekten av en ljudvåg (P_{av}):

Unit: W or J/s

$$\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$

Våg intensitet (I): Medeleffekten som passerar en yta vinkelrät mot vågens riktning. (I = effekt per ytenhet).

Unit: W/m²

$$I = \frac{\text{Effekt}}{\text{Area}}$$

Formelsamling

$$I = \frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$



Ljud Intensitet



Tryck funktionen:

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

Tryck amplituden:

$$p_{max} = BkA$$

$$A^2 = \frac{p_{max}^2}{B^2 k^2}$$

$$I = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} B \omega k \frac{p_{max}^2}{B^2 k^2} = \frac{1}{2B} \frac{\omega}{k} p_{max}^2 = \frac{1}{2B} \sqrt{\frac{B}{\rho}} p_{max}^2 = \frac{p_{max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$p_{max} = BkA = \rho \omega v A$$

$$I = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{p_{max}^2}{2\rho v} = \frac{p_{max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

$$I = \frac{p_{max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

Intensiteten är proportionell mot kvadraten på tryck amplituden.



Ljud Intensitet



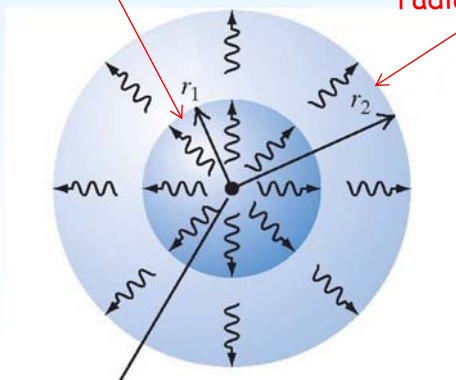
Våg intensitet (I): Hastigheten med vilken vågen transporterar energi genom en yta vinkelrät mot vågens färdriktning (I = Medeleffekt per ytenhet = energi per tids och ytenhet).
Enheter: $W/m^2 = J/s/m^2$

$$I = P_{av} / \text{Area}$$

$$I = \frac{1}{2} B \omega k A^2$$

Sfär med radien r_1

Sfär med radien r_2



Källa med medeleffekten P_{av}

Intensiteten genom en sfär med radien r_1

$$I_1 = \frac{P_{av}}{4\pi r_1^2}$$

Om man bortser från effektförluster

$$4\pi r_1^2 I_1 = 4\pi r_2^2 I_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

(inverse-square law for intensity)



Del 7. Problem lösning

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



En siren skickar ut ljudvågor likformigt i alla riktningar.
Ljudintensiteten är 0.250 W/m^2 på ett avstånd av 15.0 m .

På vilket avstånd är intensiteten 0.010 W/m^2 ?

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (\text{inverse-square law for intensity})$$

$$r_2 = r_1 \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = (15.0 \text{ m}) \sqrt{\frac{0.250 \text{ W/m}^2}{0.010 \text{ W/m}^2}} = 75.0 \text{ m}$$



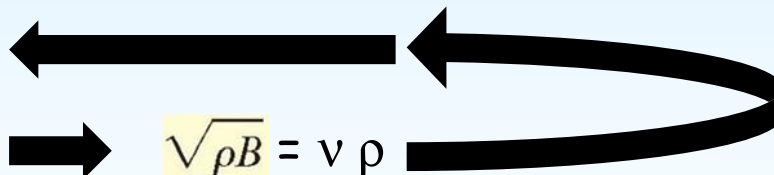
Ljud Problem



Räkna ut ljudintensiteten om tryckamplituden är 3.0×10^{-2} Pa, luftens densiteten är 1.20 kg/m^3 och ljudhastigheten är 344 m/s !

$$I = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$



$$I = \frac{p_{\max}^2}{2\rho v} = \frac{(3.0 \times 10^{-2} \text{ Pa})^2}{2(1.20 \text{ kg/m}^3)(344 \text{ m/s})}$$

$$= 1.1 \times 10^{-6} \text{ J/(s} \cdot \text{m}^2) = 1.1 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$$



Ljud Problem



Vad är tryck och förflyttningsamplituden hos en ljudvåg med $f = 20 \text{ Hz}$ om den har samma intensitet som en ljudvåg med $f = 1000 \text{ Hz}$ och $p_{\max} = 3.0 \times 10^{-2} \text{ Pa}$, $\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$, $v = 344 \text{ m/s}$, $I = 1.1 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$

Våg 1: $f = 1000 \text{ Hz}$, $p_{\max} = 3.0 \times 10^{-2} \text{ Pa}$, $\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$, $v = 344 \text{ m/s}$, $I = 1.1 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$

Våg 2: $f = 20 \text{ Hz}$, $p_{\max} = \text{????????????}$, $\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$, $v = 344 \text{ m/s}$, $I = 1.1 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$

$$I = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

Eftersom $\rho B = \text{konstant}$ och $I_1 = I_2$ blir $p_{\max 2} = p_{\max 1} = 3.0 \times 10^{-2} \text{ Pa}$

$$\sqrt{\rho B} = p_{\max}^2 / 2I$$

Sök
amplituden
A

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2$$

(intensity of a sinusoidal sound wave)

$$I = (p_{\max}^2 / 2I) \omega^2 A^2 / 2 \Rightarrow I^2 = p_{\max}^2 \omega^2 A^2 / 4 \Rightarrow I = p_{\max} \omega A / 2$$

$$A = 2I / p_{\max} \omega = 2 \times 1.1 \times 10^{-6} / (3.0 \times 10^{-2} \times 2\pi \times 20) = 0.58 \mu\text{m}$$



Ljud Problem



Vid en konsert vill man ha en ljudintensitet som är 1 W/m^2 på ett avstånd av 20 m från högtalarna.

Vilken utgångseffekt behöver högtalarna ha ?

Intensitet är medeleffekt per ytenhet:

$$I = P_{\text{av}} / A_{\text{area}}$$

Intensiteten genom en sfär med radien r:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Intensiteten genom en halvsfär med radien r:

$$I = \frac{P}{2\pi r^2}$$

$$P = 2 \pi r^2 I = 2.5 \text{ kW}$$



Ljud Decibel



Del 8. Decibel skalan

Smärtgränsen:
 $120 \text{ dB} = 1 \text{ W/m}^2$

Gulf Corvina:
 $200 \text{ dB} = 10^8 \text{ W/m}^2$

Saturn V raket:
 $220 \text{ dB} = 10^{10} \text{ W/m}^2$

Krakatoa:
 $310 \text{ dB} = 10^{19} \text{ W/m}^2$





Ljud Decibel



Intensitetsnivån (β) med decibel (dB) som enhet:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \longleftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$$

$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ är en referensnivå.

I_0 = gränsen för mänskligt hörande (approximativt).

$\beta = 0 \text{ dB}$ för $I = I_0$

$\beta = 120 \text{ dB}$ för $I = 1 \text{ W/m}^2$



Ljud Decibel



Source or Description of Sound	Sound Intensity Level, β (dB)	Intensity, I (W/m^2)
Military jet aircraft 30 m away	140	10^2
Threshold of pain	120	1
Riveter	95	3.2×10^{-3}
Elevated train	90	10^{-3}
Busy street traffic	70	10^{-5}
Ordinary conversation	65	3.2×10^{-6}
Quiet automobile	50	10^{-7}
Quiet radio in home	40	10^{-8}
Average whisper	20	10^{-10}
Rustle of leaves	10	10^{-11}
Threshold of hearing at 1000 Hz	0	10^{-12}

Saturn V raket:

220

10^{10}

100 miljoner gånger högre intensitet än ett jetflygplan



Del 9. Problem lösning

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



Efter 10 minuter med 120 dB ändras gränsen för mänskligt hörande tillfälligt från 0 dB till 28 dB om $f = 1000$ Hz.

Efter 10 år med 92 dB ändras gränsen för mänskligt hörande permanent från 0 dB till 28 dB om $f = 1000$ Hz.

Vilken ljudintensitet motsvaras av 28 dB och 92 dB ?

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$I = I_0 \cdot 10^{\beta/10} \quad \text{med} \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$I_{28 \text{ dB}} = (10^{-12} \text{ W/m}^2) 10^{2.8} = 6.3 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

$$I_{92 \text{ dB}} = (10^{-12} \text{ W/m}^2) 10^{9.2} = 1.6 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

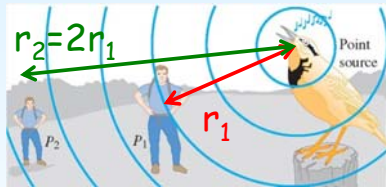
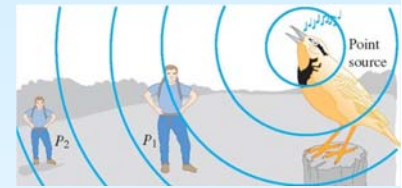


Ljud Problem



En fågel skickar ut fågelsång med konstant effekt.

Hur många decibel går ljudnivån ner om lyssnaren dubblar avståndet till fågeln ?



$$\beta_2$$

$$I_2$$

$$\beta_1$$

$$I_1$$

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$$

$$\begin{aligned} \beta_2 - \beta_1 &= (10 \text{ dB}) \left(\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) \\ &= (10 \text{ dB}) [(\log I_2 - \log I_0) - (\log I_1 - \log I_0)] \\ &= (10 \text{ dB}) \log \frac{I_2}{I_1} \end{aligned}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{4r_1^2}{r_1^2} = 4$$

$$\beta_2 - \beta_1 = (10 \text{ dB}) \log \frac{I_2}{I_1} = (10 \text{ dB}) \log \frac{1}{4} = -6.0 \text{ dB}$$



Ljud Stående våg



Del 10. Ljud och stående våg

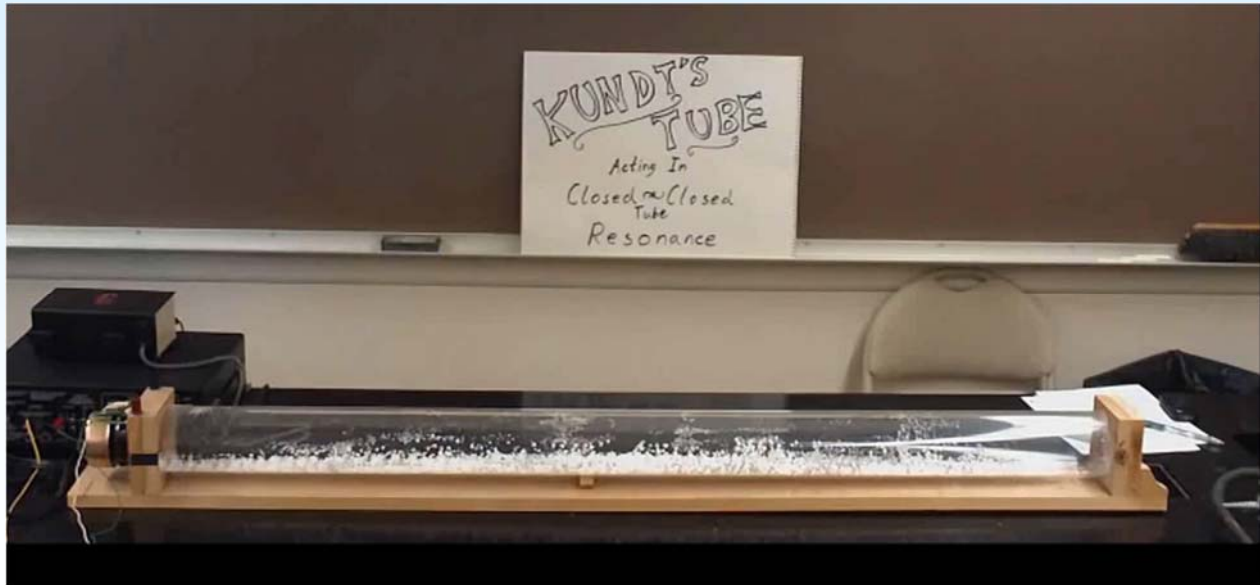




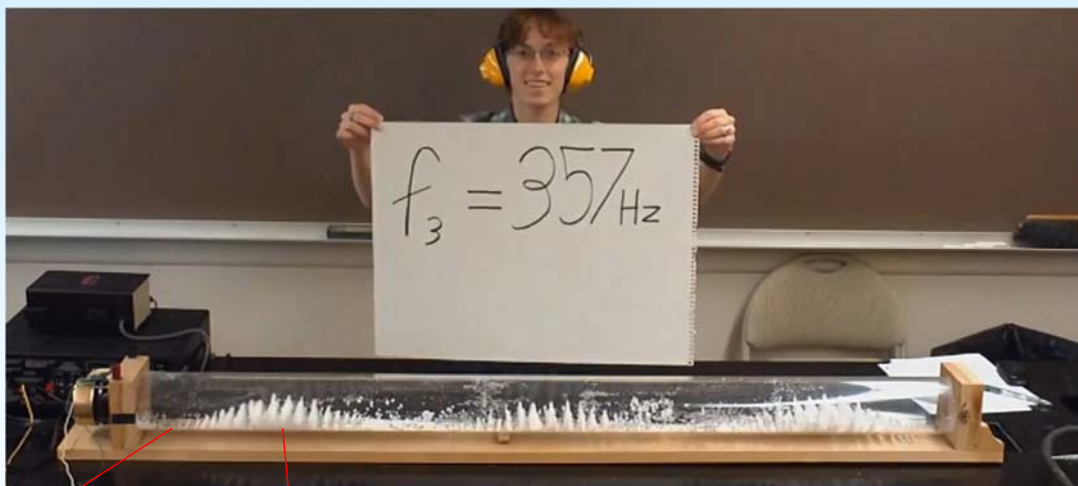
Ljud Stående våg



Kundts tub



Ljud Stående våg



Förflyttnings antinod
Maximal rörelse
Minimal tryck
ändring

Förflyttnings nod
Minimal rörelse
Maximal tryck
ändring

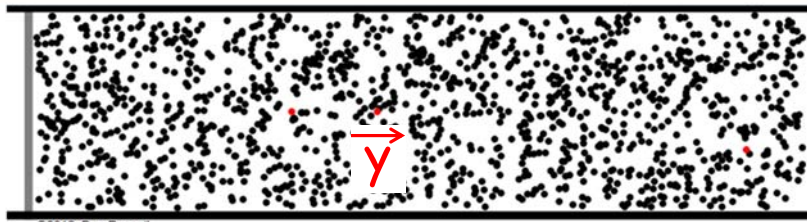




Ljud Stående våg



En kolv rör sig in och ut:



©2012, Dan Russell

Luft
molekylernas
rörelse:

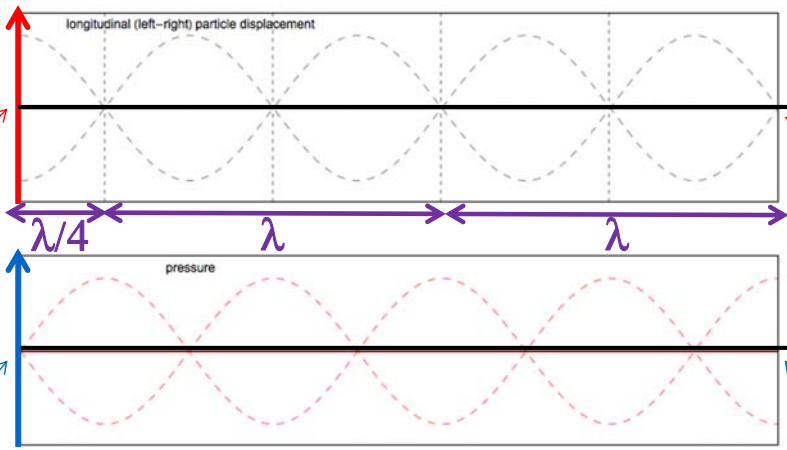
y

Förflyttnings
anti-nod

Trycket:

p

Tryck nod



$$L = n \lambda / 4 = \lambda 9 / 4$$

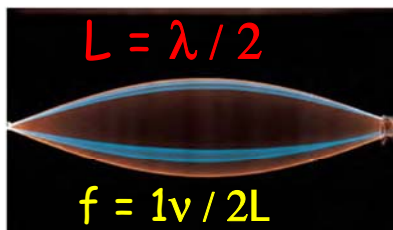


Mekaniska vågor: Stående vågor på en sträng

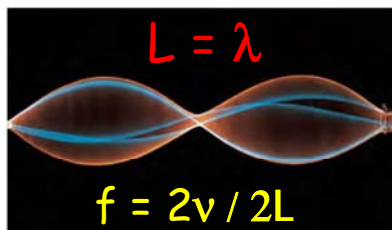


$L =$ längden av strängen

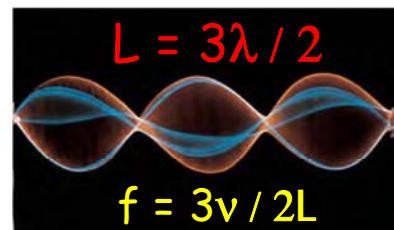
(a) String is one-half wavelength long.



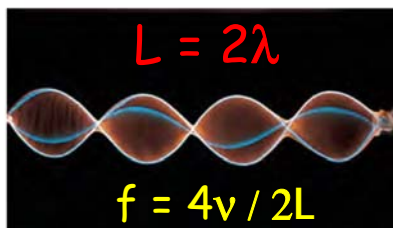
(b) String is one wavelength long.



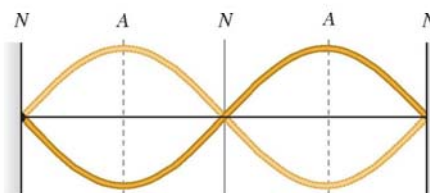
(c) String is one and a half wavelengths long.



(d) String is two wavelengths long.



$$f = v / \lambda$$



$N =$ nodes: points at which the string never moves

$A =$ antinodes: points at which the amplitude of string motion is greatest

Nod Antinod Nod Antinod Nod



Ljud Stående våg



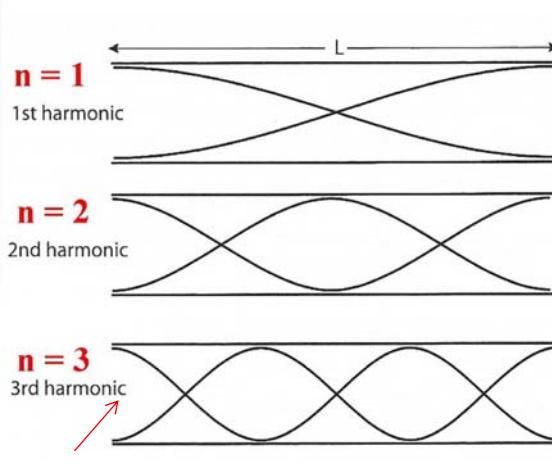
Stående våg i en öppen pipa:

$$\lambda_n = \frac{2}{n}L \quad f_n = \frac{v}{\lambda_n} \quad \text{där hastigheten (v) är samma för alla n}$$

Atmosfärstryck

Förflyttnings
anti-nod

Tryck-nod



En halv våg

$$\lambda_1 = \frac{2}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1v}{2L}$$

Två halva vågor

$$\lambda_2 = \frac{2}{2}L \quad f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{2v}{2L} = 2f_1$$

Tre halva vågor

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 3f_1$$

Anti-nod

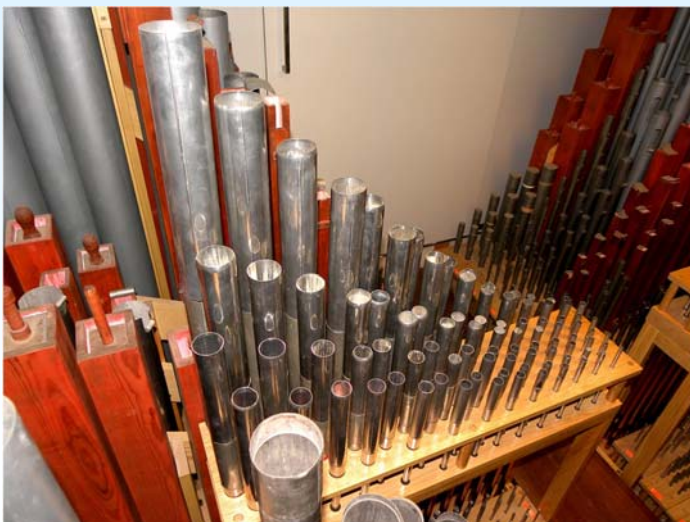
Anti-nod



Ljud Stående våg



Hur kan man få en stående våg dvs en reflektion i en öppen pipa ?



Utanför pipan är trycket konstant = atmosfärstrycket.

När tex vågens tryckminima når slutet av pipan strömmar luft in och skapar en motriktad våg.

En del av vågen kommer ut ur pipan som orgelmusik.



Ljud Stående våg



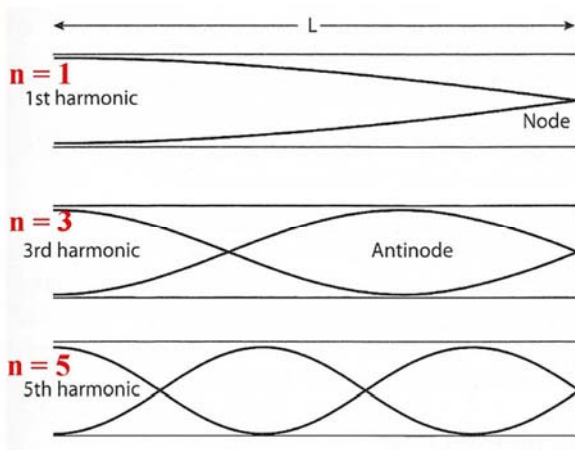
Stående våg i en stängd pipa:

$$\lambda_n = \frac{4}{n}L \quad f_n = \frac{v}{\lambda_n} \quad \text{där hastigheten (v) är samma för alla n}$$

Atmosfärstryck

Förflyttnings
anti-nod

Tryck-nod



En kvarts våg

$$\lambda_1 = \frac{4}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1v}{4L}$$

Tree kvarts vågor

$$\lambda_3 = \frac{4}{3}L \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$

Fem kvarts vågor

$$\lambda_5 = \frac{4}{5}L \quad f_5 = \frac{v}{\lambda_5} = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$

NOTERA: n = 2, 4, 6 kan inte hända i en stängd pipa

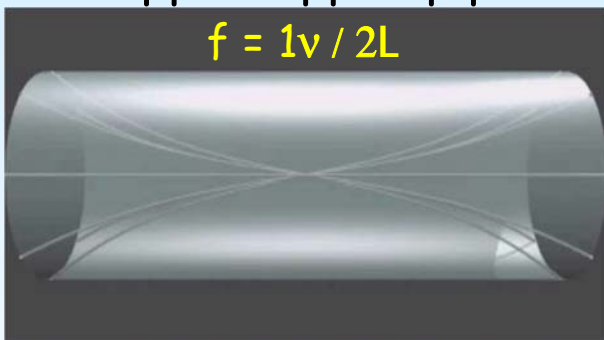


Ljud Stående våg

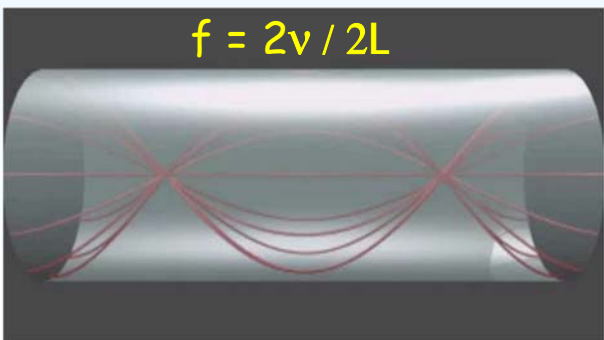


Öppen-öppen pipa

$$f = 1v / 2L$$

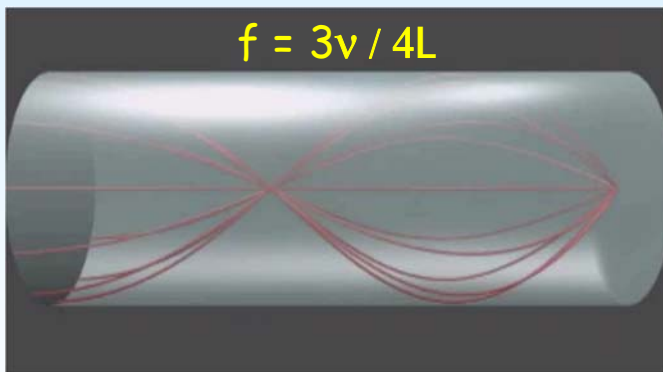


$$f = 2v / 2L$$



Öppen-stängd pipa

$$f = 3v / 4L$$





Ljud Stående våg

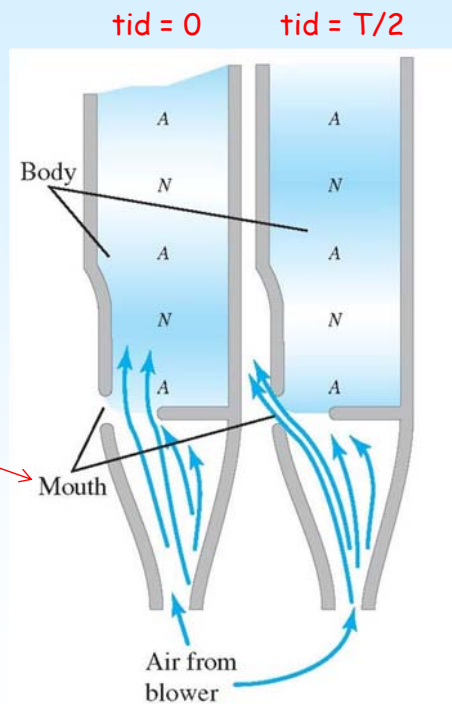


Orgelpipa: Luftström underifrån.

Stående våg: Uppstår om luft-hastighet och pipans längd är valda korrekt.

Mynning: Pipan är öppen i botten och detta ger en tryck-nod (förflyttnings anti-nod).

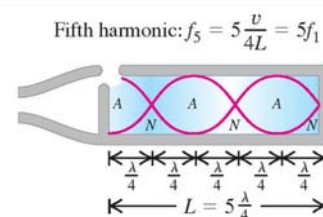
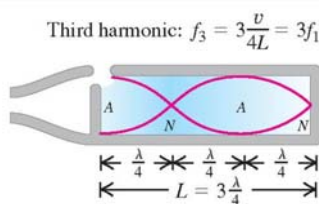
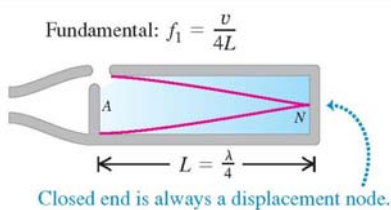
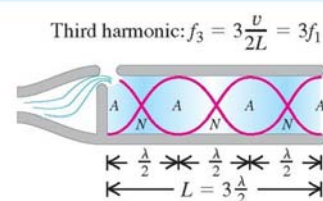
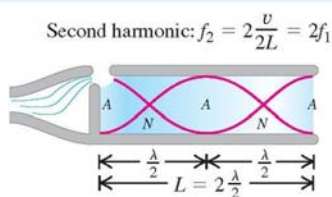
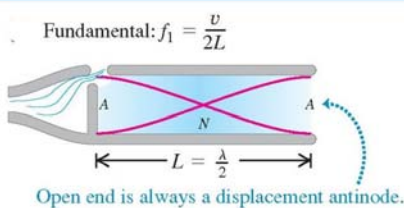
Luftström: Går varierande in i pipan och ut genom mynningen.



Ljud Stående våg



Jämför öppen-öppen med öppen-stängd pipa:



Notera: Avståndet mellan två noder är $\lambda/2$!!!

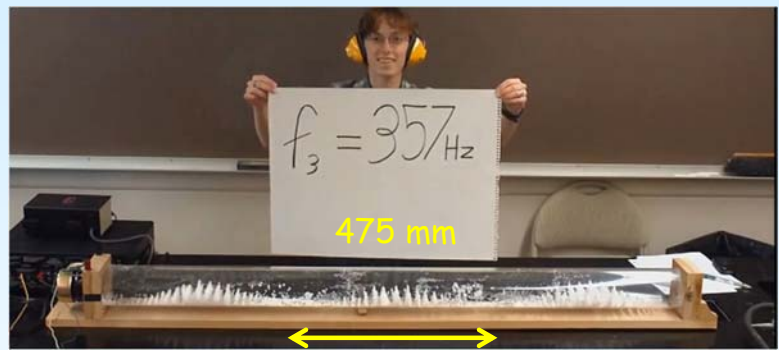


Del 11. Problem lösning

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



Räkna ut ljudhastigheten från den här mätningen.



$$\lambda = 2 \times 0.475 = 0.95 \text{ m}$$

$$v = \lambda f = 0.95 \times 357 = 339 \text{ m/s}$$



Ljud Problem

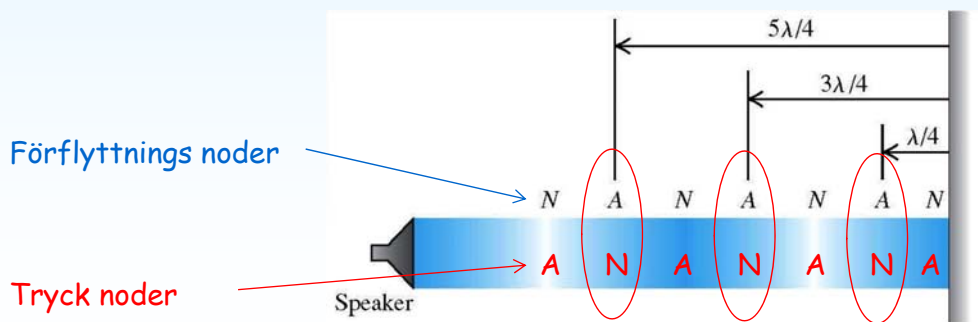


En högtalare skickar en ljudvåg mot en vägg med våglängden λ .

På vilket avstånd från väggen hör man ingenting ?

Örat detekterar tryck variationer.

Inget ljud = tryck nod ! Väggen = förflyttnings nod !



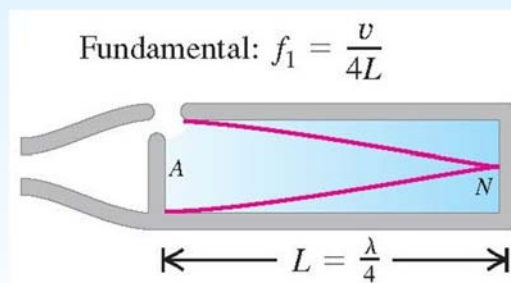
Ljud Problem



Grundfrekvensen i en stängd orgelpipa är 220 Hz.

Hur lång är pipan om ljudhastigheten är 345 m/s ?

$$f_n = \frac{nv}{4L} \quad (n \text{ udda})$$



$$L_{\text{stopped}} = \frac{v}{4f_1} = \frac{345 \text{ m/s}}{4(220 \text{ s}^{-1})} = 0.392 \text{ m}$$



Ljud Problem



Den andra övertonen av en stängd pipa har samma våglängd som den tredje harmoniska frekvensen av en öppen pipa.
Hur lång är den öppna pipan ?

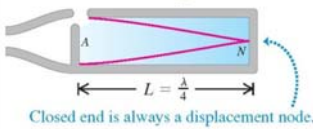
$$v = 345 \text{ m/s}$$

$$f_1 = 220 \text{ Hz}$$

$$L_{\text{stopped}} = 0.932 \text{ m}$$

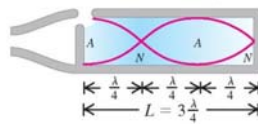
Grundfrekvens

$$\text{Fundamental: } f_1 = \frac{v}{4L}$$



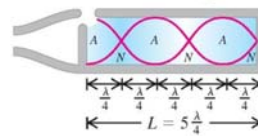
Första övertonen

$$\text{Third harmonic: } f_3 = 3 \frac{v}{4L} = 3f_1$$

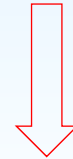


Andra övertonen

$$\text{Fifth harmonic: } f_5 = 5 \frac{v}{4L} = 5f_1$$

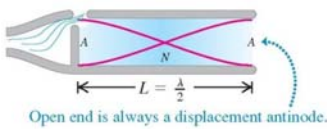


$$f_5 = 5f_1 = 1100 \text{ Hz}$$



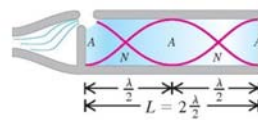
Grundfrekvens

$$\text{Fundamental: } f_1 = \frac{v}{2L}$$



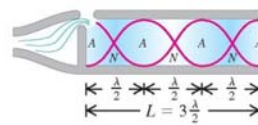
Andra harmoniska f

$$\text{Second harmonic: } f_2 = 2 \frac{v}{2L} = 2f_1$$



Tredje harmoniska

$$\text{Third harmonic: } f_3 = 3 \frac{v}{2L} = 3f_1$$



$$v = 345 \text{ m/s}$$

$$f_3 = 1100 \text{ Hz}$$

$$L_{\text{open}} = 3v / (2f_3) = 0.470 \text{ m}$$



Ljud Resonans



Del 12. Ljud och resonans



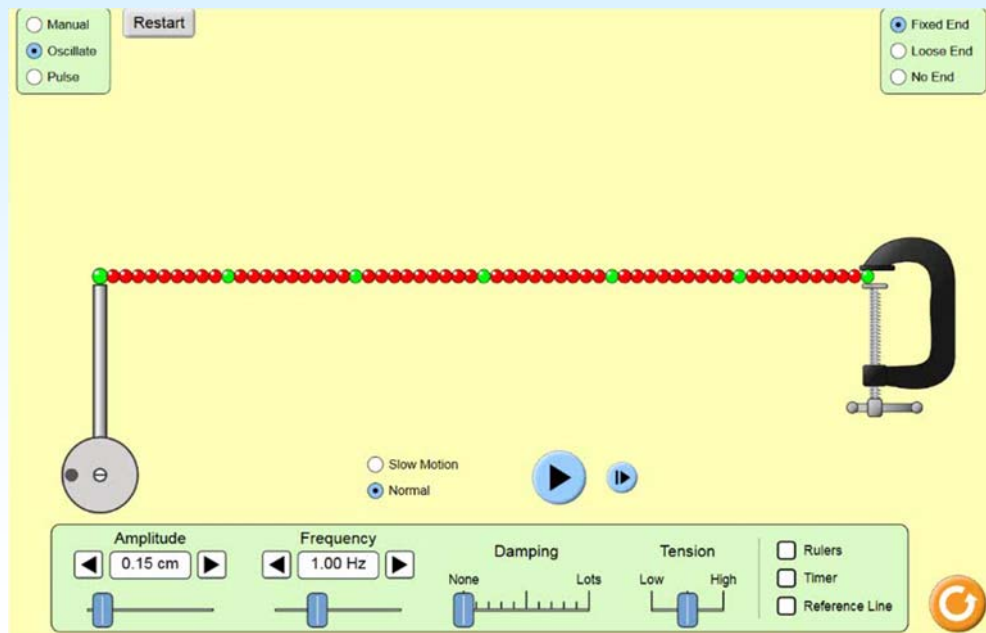
Tacoma bridge
år 1940



Ljud Resonans



Resonans i en sträng



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

65



Ljud Resonans



Många mekaniska system har en **egenfrekvens**. Om de sätts i svängning med denna frekvens så svänger alla delar av systemet med harmonisk svängning.

Om systemet utsätts för en kraft som varierar med egenfrekvensen kan systemet hamna i **resonans** och svängningarnas amplitud ökar och ökar.

Kraften på systemet ger **kontinuerligt mer energi** till föremålet.

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

66



Ljud Problem



Del 13. Problem lösning

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

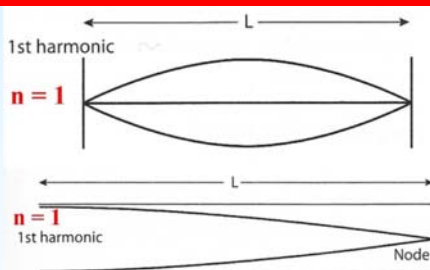


Ljud Problem



Ljudet från en stängd orgelpipa får strängen i en gitarr att svänga med hög amplitud. Både orgelpipan och strängen svänger med sina grundfrekvenser.

Vad är $v_{sträng}/v_{pipa}$ om längden av strängen är 80% av pipans längd ?



One half wave

$$\lambda_1 = \frac{2}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$$

$$\rightarrow v_{sträng} = 2 L_{sträng} f_{sträng}$$

One quarter wave

$$\lambda_1 = \frac{4}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}$$

$$\rightarrow v_{pipa} = 4 L_{pipa} f_{pipa}$$

$$f_{sträng} = f_{pipa}$$

$$L_{sträng} = 0.8 L_{pipa}$$

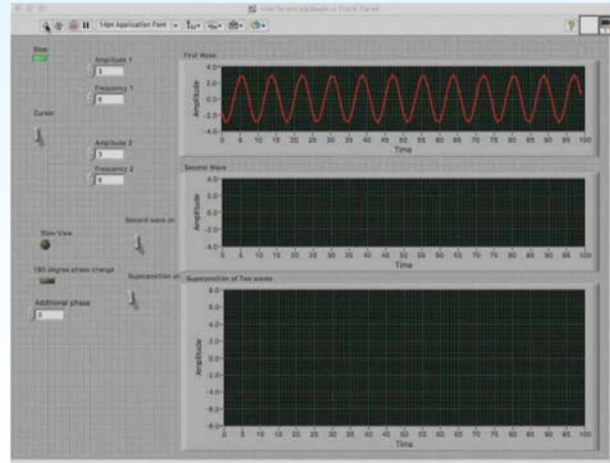
$$\frac{v_{sträng}}{v_{pipa}} = \frac{2 L_{sträng} f_{sträng}}{4 L_{pipa} f_{pipa}} = \frac{1.6 L_{pipa} f_{pipa}}{4 L_{pipa} f_{pipa}} = 0.4$$



Ljud Interferens



Del 14. Ljud och interferens



Ljud Interferens



Huvudtyper av Interferens

Konstruktiv interferens:

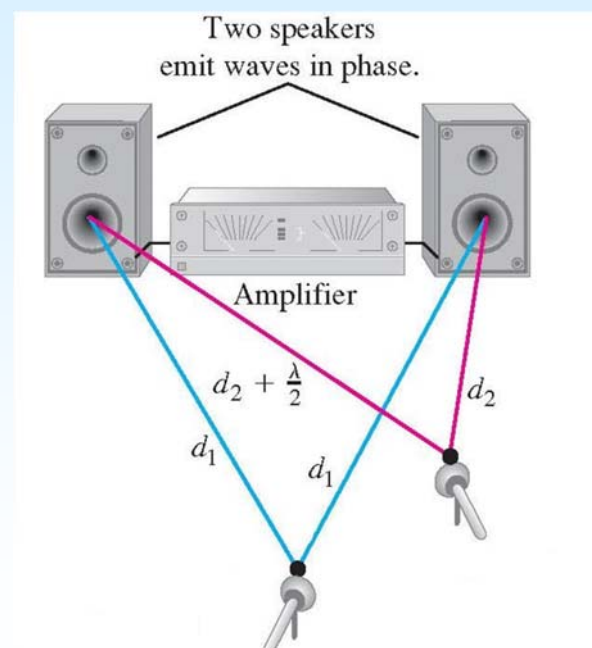
Punkt där avståndet till ljudkällorna skiljer sig med $n\lambda$ ($n=0,1,2,3\dots$).

Resultat: Fördubblad amplitud.

Destruktiv interferens:

Punkt där avståndet till ljudkällorna skiljer sig med $n\lambda/2$ ($n=1,3,5\dots$).

Resultat: Amplituden = 0.

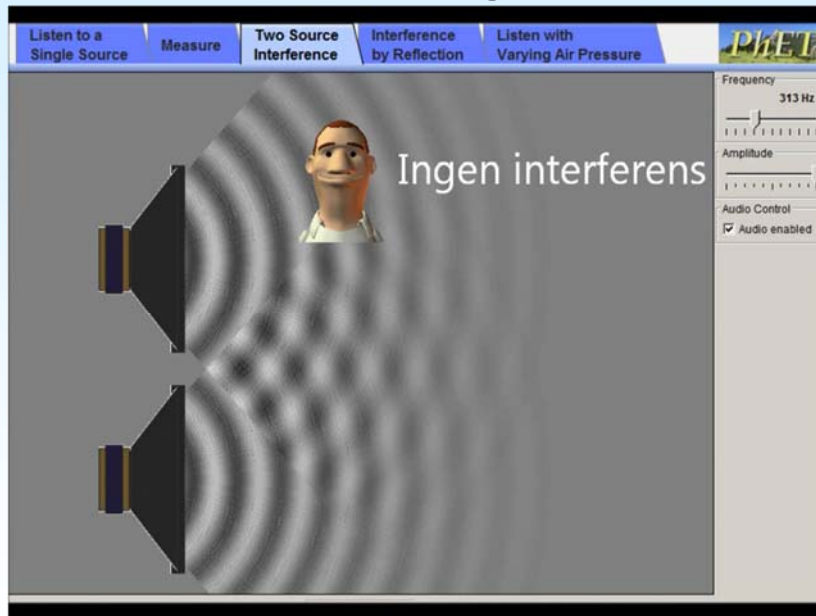




Ljud Interferens



Interferens mellan två sinus vågor med samma frekvens



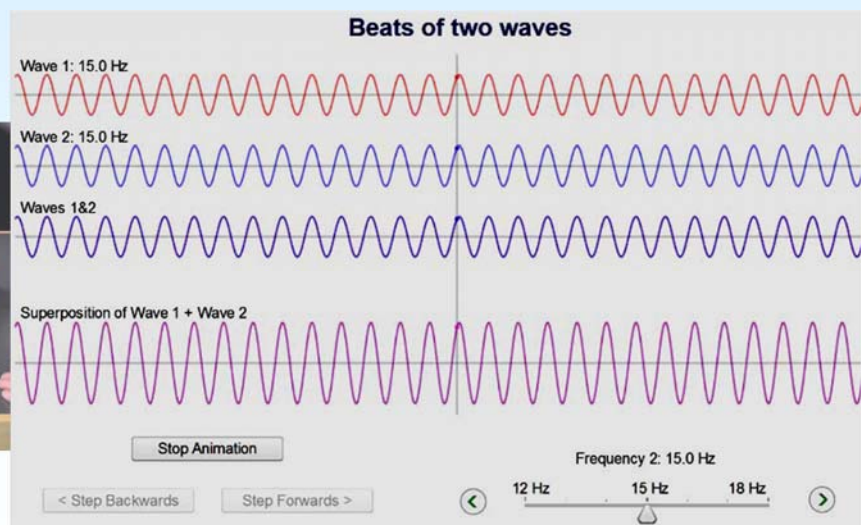
<https://phet.colorado.edu/en/simulation/sound>



Ljud Interferens



Interferens mellan två vågor med olika frekvens



<https://www.youtube.com/watch?v=pRpN9uLiouI>

<https://www.st-andrews.ac.uk/~physapps/beats/Beats.html>

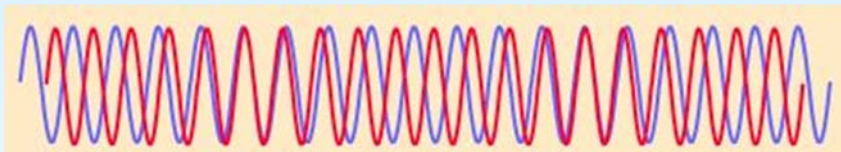


Ljud Interferens

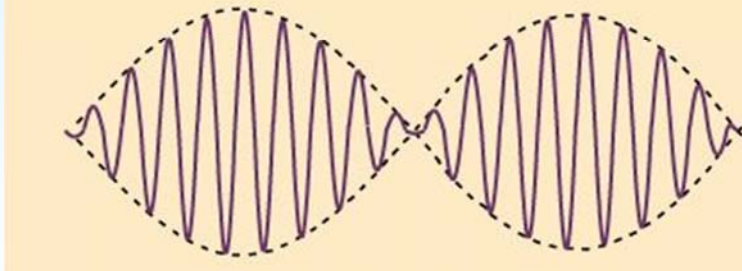


SVÄVNING: Två ljudvågor med lite olika frekvens adderas upp till en ny ljudvåg som går upp och ner i intensitet.

Två vågor med olika frekvens



Deras överlagring



Ljudet uppfattas som pulserande endast om frekvensskillanden är < 7 Hz



Ljud Interferens

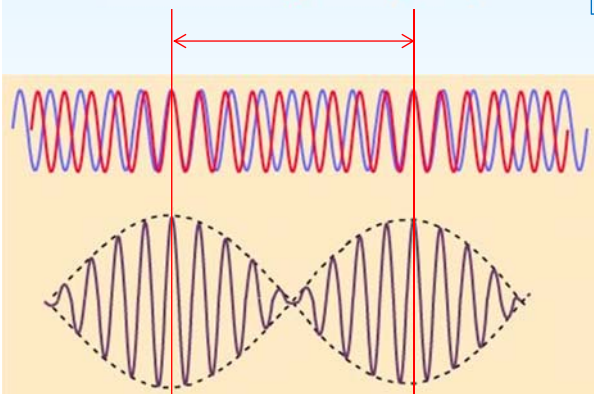


Vad blir svävningsfrekvensen ?

$$T_{\text{beat}} = 9T_{\text{red}} = 8T_{\text{blue}}$$

$$T_{\text{beat}} = nT_a = (n-1)T_b$$

$$f_{\text{beat}} = \frac{f_a}{n} = \frac{f_b}{n-1} \Rightarrow f_{\text{beat}} = \frac{f_b}{n-1} \Rightarrow n = \frac{f_b}{f_{\text{beat}}} + 1 = \frac{f_b + f_{\text{beat}}}{f_{\text{beat}}}$$



$$f_{\text{beat}} = \frac{f_a}{n} = \frac{f_{\text{beat}} f_a}{f_b + f_{\text{beat}}}$$

$$f_{\text{beat}}(f_b + f_{\text{beat}}) = f_{\text{beat}} f_a$$

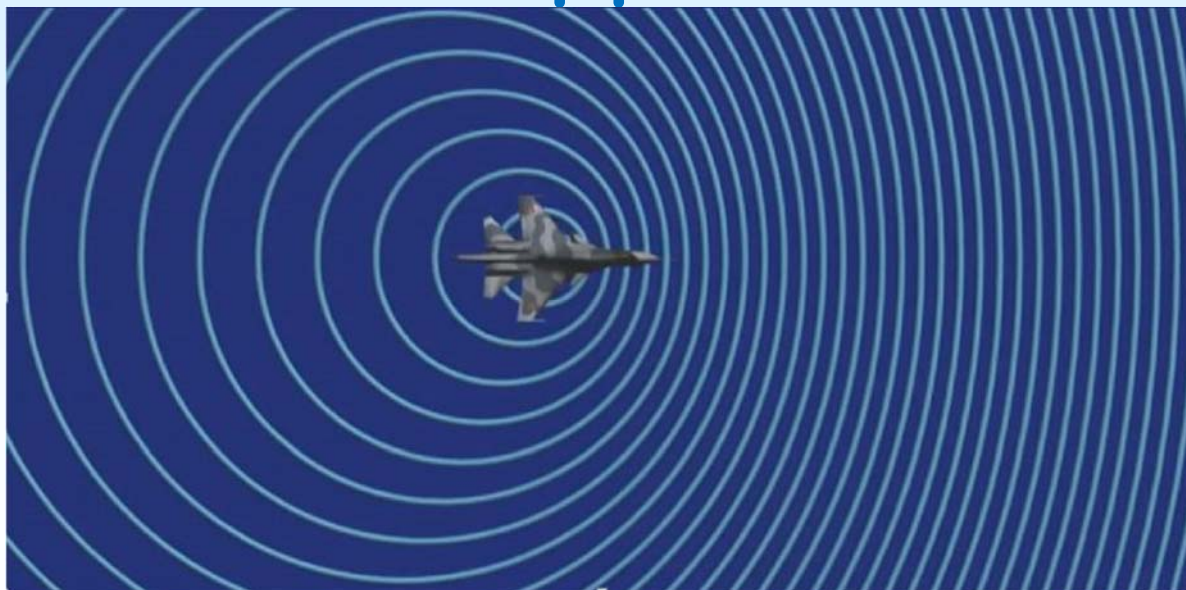
$$f_{\text{beat}} = f_a - f_b$$



Ljud Doppler effekt



Del 15. Doppler effekt



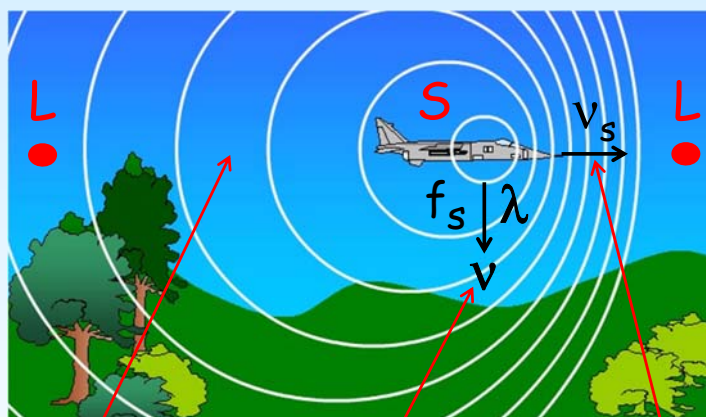
<https://www.youtube.com/watch?v=-Zu5SGllmwc>



Ljud Doppler effekt



Tiden det tar för en ljudvåg att nå lyssnaren (L) blir längre om källan (S) rör sig bort.



Om källan (S) rör sig mot lyssnaren (L) tar det kortare tid för ljudvågen att nå lyssnaren.



λ_{behind} längre

$$\lambda_{\text{behind}} = \frac{v + v_s}{f_s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f_s}$$

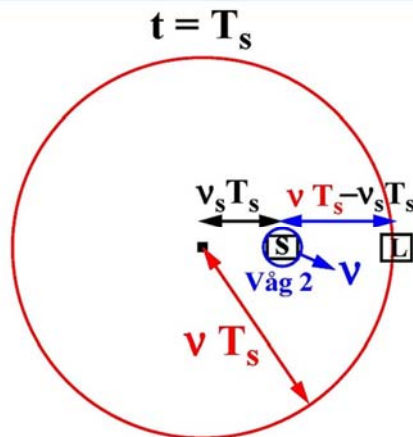
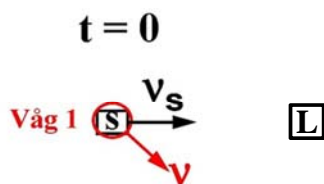


$\lambda_{\text{in front}}$ kortare

$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_s}{f_s}$$



Ljud Doppler effekt



Vid tiden $t=T_s$ når våg 1 lyssnaren.

Samtidigt skickas våg 2 ut.

Vid tiden $t=0$ skickas våg 1 ut med hastigheten v .

v ändras inte av v_s utan beror bara på mediet.

Tiden det tar för lyssnaren att detektera våg 2 blir $T_L = \text{sträckan/hastigheten}$ och är skillnaden i tid mellan de två vågorna:

$$T_L = \frac{\vartheta T_s - \vartheta_s T_s}{\vartheta} \rightarrow f_L = \frac{1}{T_L} = \frac{\vartheta}{\vartheta - \vartheta_s} f_s$$

$$\rightarrow \lambda_L = \frac{v}{f_L} = \frac{\vartheta - \vartheta_s}{f_s}$$



Ljud Doppler effekt



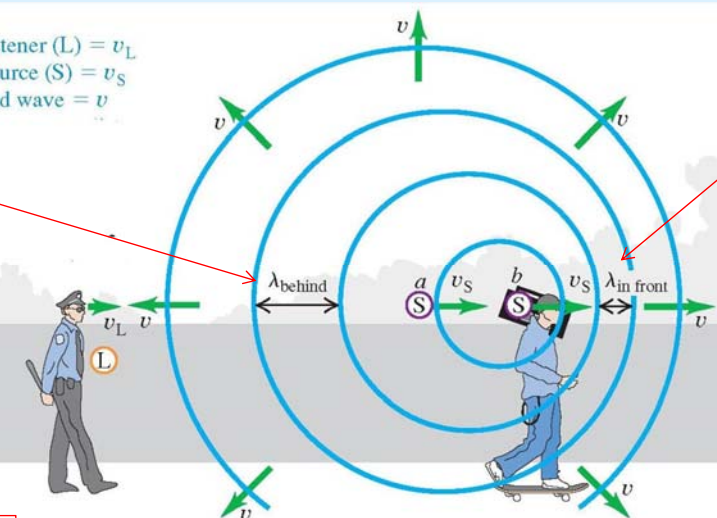
Mer komplicerat: Lyssnaren rör på sig också

- Velocity of listener (L) = v_L
- Velocity of source (S) = v_s
- Speed of sound wave = v

$$\lambda_{\text{behind}} = \frac{v + v_s}{f_s}$$

$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_s}{f_s}$$

Allmänt gäller:
 $f = \frac{v}{\lambda}$



Vågen närmar sig L med $v + v_L$

$$f_L = \frac{v + v_L}{\lambda_{\text{behind}}} = \frac{v + v_L}{(v + v_s)/f_s} = \frac{v + v_L}{v + v_s} f_s$$

ändring av frekvensen

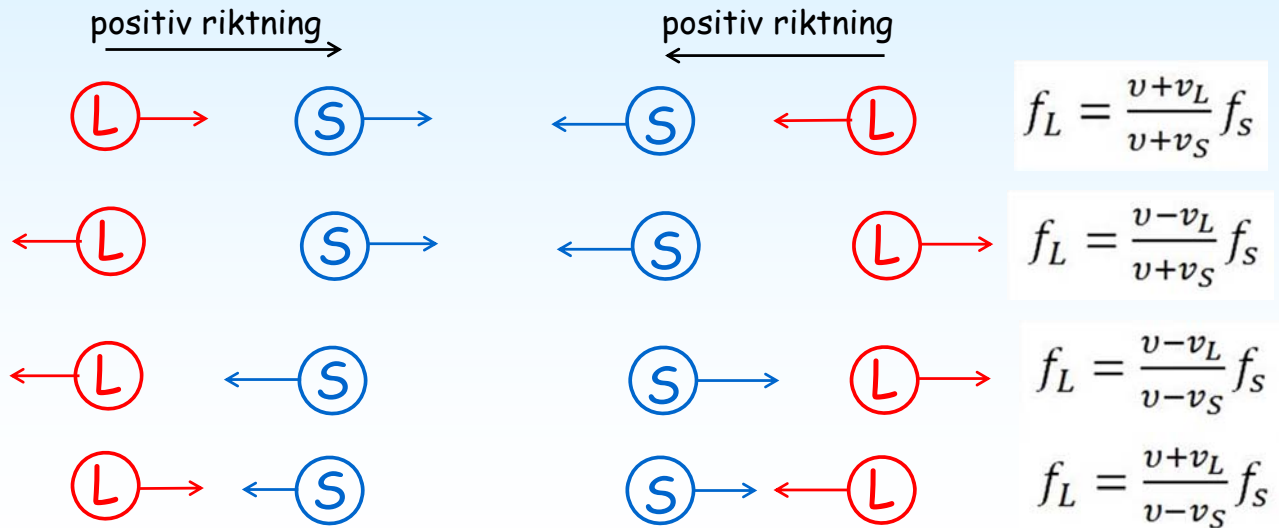


Ljud Doppler effekt



$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S$$

Denna formel fungerar alltid om positiv riktning av hastigheten är definierad från lyssnaren mot källan !



Ljud Doppler effekt



Elektromagnetiska vågor som ljus har också en Doppler effekt.

Den kan beräknas med relativitetsteori:

$$f_o = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} f_s$$

f_s = ljuskällans frekvens

f_o = frekvensen som en observatör detekterar

c = ljushastigheten

v = Den relativa hastigheten av ljuskällan med avseende på observatören

v är positiv om observatören avlägsnar sig från källan.

v är negativ om observatören närmar sig ljuskällan.



Ljud Problem

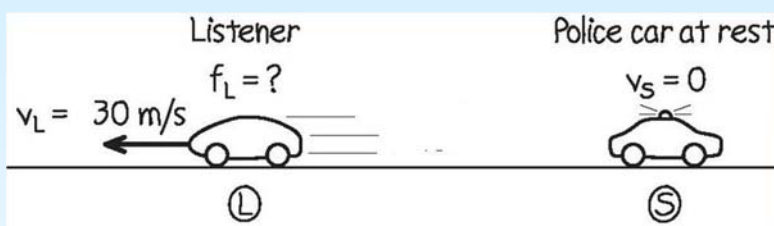


Del 16. Problem lösning

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

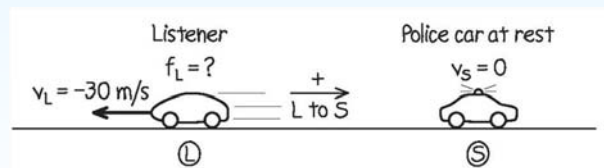


Ljud Problem



$f = 300 \text{ Hz}$
 ljudhastigheten = 340 m/s

Vilken frekvens hör lyssnaren ?



$$f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f = \frac{340 \text{ m/s} + (-30 \text{ m/s})}{340 \text{ m/s}} (300 \text{ Hz}) = 274 \text{ Hz}$$

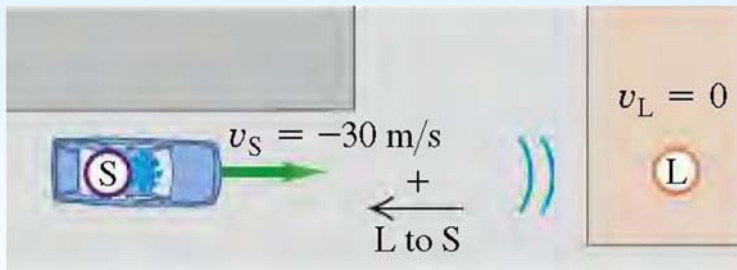
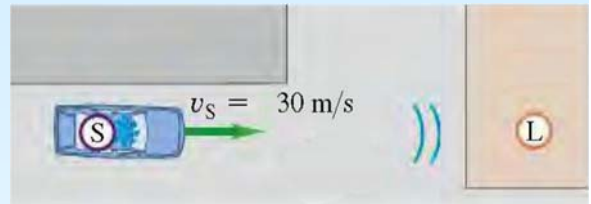


Ljud Problem



En polisbil med en siren på $f = 300$ Hz kör mot ett hus med hastigheten 30 m/s.

Vilken frekvens hör en lyssnare i huset ?



$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S$$

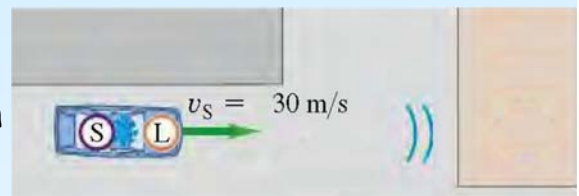
$$f_w = \frac{v}{v + v_S} f_S = \frac{340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} + (-30 \text{ m/s})} (300 \text{ Hz}) = 329 \text{ Hz}$$



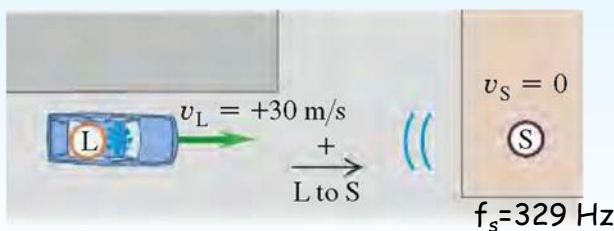
Ljud Problem



En polisbil med en siren på $f = 300$ Hz kör mot ett hus med hastigheten 30 m/s. Vilken frekvens hör en lyssnare i polisbilen om ljudet reflekteras tillbaka till den ?



Huset blir nu en ny ljudkälla med frekvensen 329 Hz som vi beräknat tidigare:

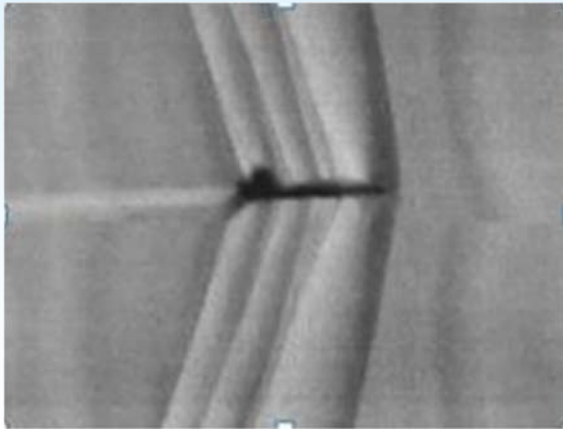


$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S$$

$$f_L = \frac{v + v_L}{v} f_S = \frac{340 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s}} (329 \text{ Hz}) = 358 \text{ Hz}$$



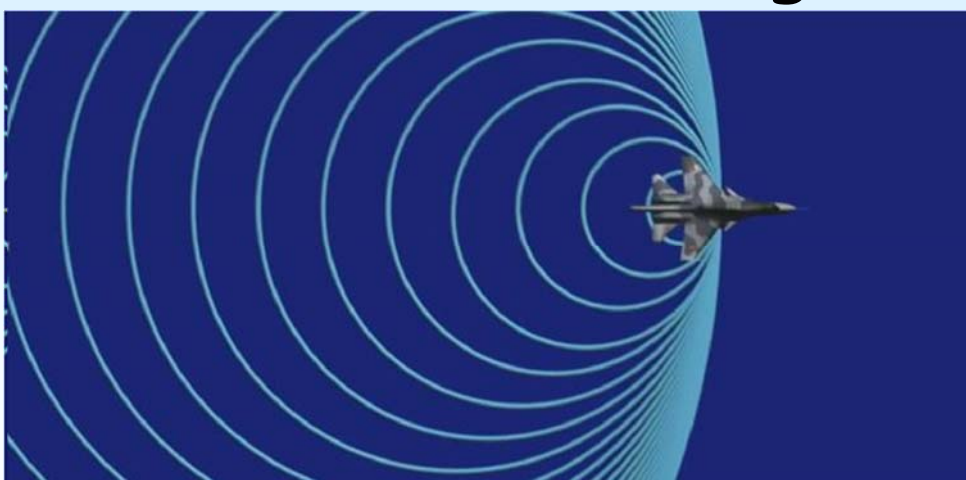
Del 17. Chockvåg



Chockvågen ändrar luftens densitet och gör att solens strålar bryts så att man kan se vågen.



Chockvåg



$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_s}{f}$$

v : Ljudhastigheten
 v_s : Planets hastighet

$v_s > v$ Chockvåg bildas (inte bara när $v_s = v$)

$v_s > v$ Ingen ljudvåg framför planet

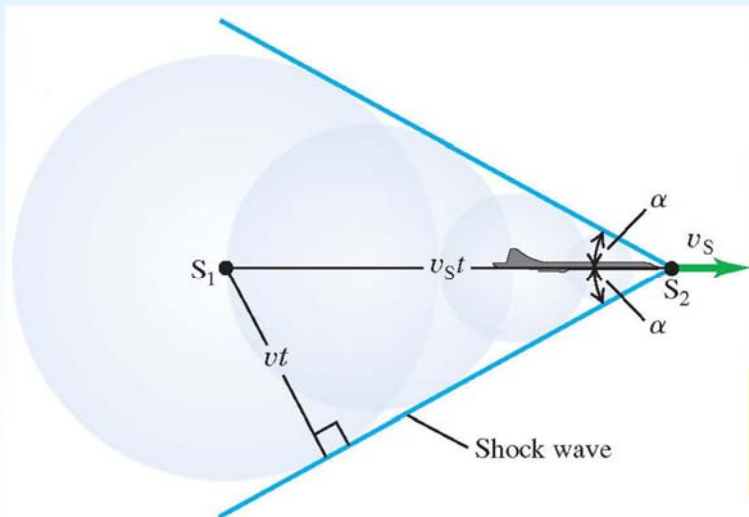


Ljud chockvåg



En konisk chockvåg bildas när planet flyger fortare än ljudhastigheten.

En serie av circulara vågtoppar från planet interfererar konstruktivt längs en linje som ges av vinkeln α .



v : Ljudhastigheten
 v_s : Planets hastighet

Planets hastighet i Machtal:

$$N_M = \frac{v_s}{v}$$

$$\sin \alpha = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s} = \frac{1}{N_M}$$



Ljud chockvåg



$$\sin(\alpha) = \frac{1}{N_M}$$



F35 Lightning

Mach 1.6

$\alpha = 39^\circ$



J39 Gripen

Mach 2.0

$\alpha = 30^\circ$



SR-71 Blackbird

Mach 3.2

$\alpha = 18^\circ$

Chockvågsvinkeln minskar när hastigheten ökar !



Ljud Problem



Del 18. Problem lösning

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

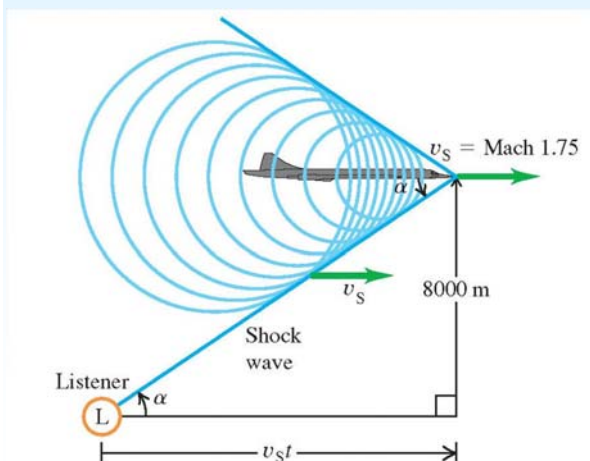


Ljud Problem



Ett flygplan flyger ovanför dig med Mach 1.75 på 8000 meters höjd.

Hur lång tid efter att det har passerat hör man chockvågen om ljudhastigheten är 320 m/s ?



$$N_M = v_s / v = 1.75$$

$$v_s = (1.75)(320 \text{ m/s}) = 560 \text{ m/s}$$

$$\sin \alpha = v / v_s = 1 / N_M = 1 / 1.75$$

$$\alpha = \arcsin \frac{1}{1.75} = 34.8^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{8000 \text{ m}}{v_s t}$$

$$t = \frac{8000 \text{ m}}{(560 \text{ m/s})(\tan 34.8^\circ)} = 20.5 \text{ s}$$



Ljud Sammanfattning



Del 19. Sammanfattning



Ljud Sammanfattning



Vågfunktionen:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Tryckfunktionen:

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

$$p_{\max} = BkA$$

Ljudhastigheten:

$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Vågeffekt per ytenhet:

$$P(x, t) = B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

Intensitet = medeleffekt per ytenhet:

$$I = P_{\text{av}} / A_{\text{rea}} = \frac{1}{2} B\omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2 = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

Intensitet & avstånd från punktkälla:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (\text{inverse-square law for intensity})$$

Intensitetsnivå (decibel):

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$



Ljud

Sammanfattning



Stående ljudvåg:

öppen-öppen pipa

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

öppen-stängd pipa

$$f_n = \frac{nv}{4L} \quad (n \text{ udda})$$

Svävningsfrekvens:

$$f_{beat} = f_a - f_b$$

Doppler effekt:

$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S$$

Chockvåg:

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{N_M}$$