

## Kapitel 35 - Interferens



Kurslitteratur: *University Physics by Young & Friedman (14th edition)*

Harmonisk oscillator:	Kapitel 14.1 - 14.4
Mekaniska vågor:	Kapitel 15.1 - 15.8
Ljud och hörande:	Kapitel 16.1 - 16.9
Elektromagnetiska vågor:	Kapitel 32.1 & 32.3 & 32.4
Ljusets natur:	Kapitel 33.1 - 33.4 & 33.7
Stråloptik:	Kapitel 34.1 - 34.8
Interferens:	Kapitel 35.1 - 35.5
Diffraction:	Kapitel 36.1 - 36.5 & 36.7



# Vågrörelselära och optik



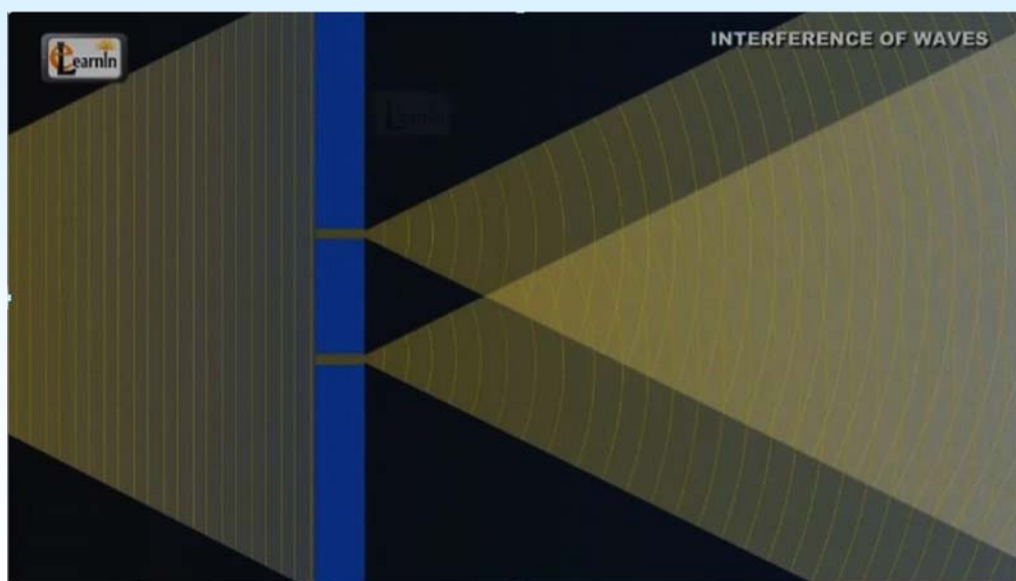
Tid	Må	31-Oct	Ti	01-Nov	On	02-Nov	To	03-Nov	Fr	04-Nov
08-10										
10-12			Vaglärare (A)	kap 14 kap 14		Vaglärare (A)	kap 14 kap 15		Vaglärare (A)	kap 15 kap 15
13-15			Övningar Optik&Våg (L218-19)						Övningar Optik&Våg (L218-19)	
15-17										
Tid	Må	07-Nov	Ti	08-Nov	On	09-Nov	To	10-Nov	Fr	11-Nov
08-10							Vaglärare (A)	kap 16 kap 32		
10-12	Vaglärare (A)	kap 15 kap 16	Vaglärare (A)	kap 16 kap 16					Vaglärare/Optik (A)	kap 32 kap 33
13-15			Övningar Optik&Våg (d. 13-16) (L218-19)						Övningar Optik&Våg (L218-19)	
15-17										
Tid	Må	14-Nov	Ti	15-Nov	On	16-Nov	To	17-Nov	Fr	18-Nov
08-10										
10-12	Optik (A)	kap 33 kap 34	Optik (A)	kap 34 kap 34					Optik (A)	kap 34 kap 34
13-15			Övningar Optik&Våg (L218-19)						Övningar Optik&Våg (L218-19)	
15-17										
Tid	Må	21-Nov	Ti	22-Nov	On	23-Nov	To	24-Nov	Fr	25-Nov
08-10			Optik (A)	kap 35 kap 36						
10-12	Optik (A)	kap 34 kap 35	Optik (A)	kap 36 kap 36						
13-15			Övningar Optik&Våg (L218-19)							
15-17										



# Interferens



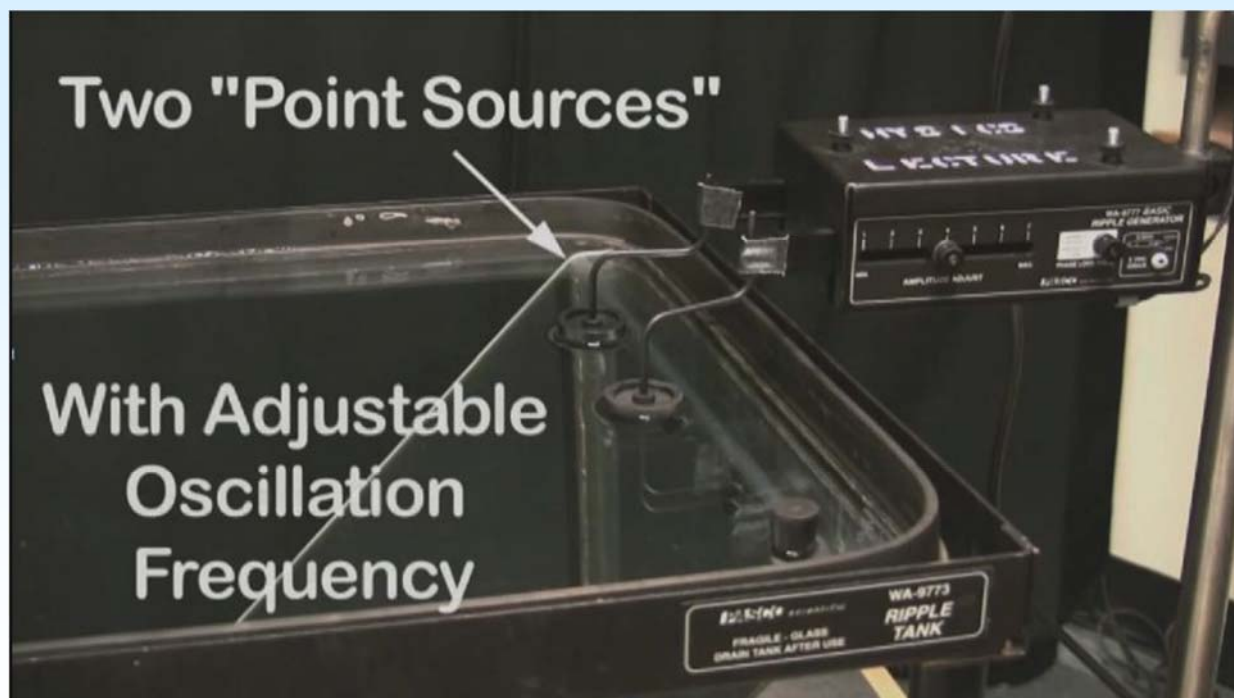
## Del 1. Interferens



<https://www.youtube.com/watch?v=CAe3IkYNKt8>



# Interferens



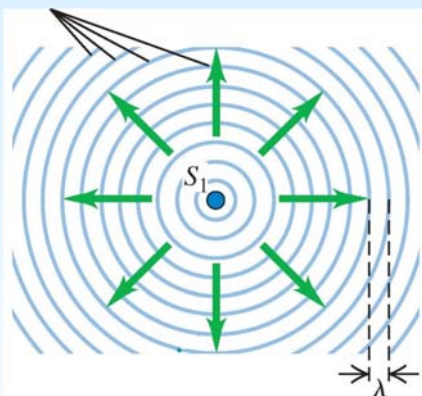
<https://www.youtube.com/watch?v=UMkAXvWIRY4>



# Interferens



**Vågfronter:** vågtoppar i en våg åtskilda av en  $\lambda$



**Interferens:**  
Vågor överlappar i rymden

**Koherenta källor:**  
samma frekvens (eller våglängd) och konstant fasförhållande (inte nödvändigtvis i fas).

### Superpositions principen

När två eller fler vågor överlagras så blir den momentana förflyttningen

=

Summan av förflyttningen från de individuella vågorna var för sig

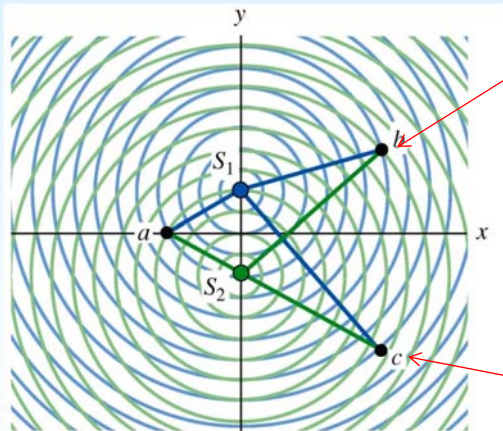


# Interferens



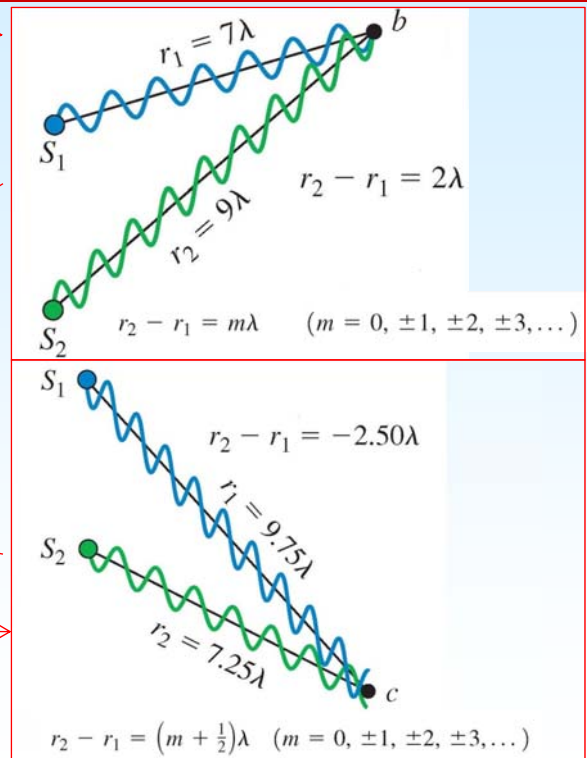
## Konstruktiv interferens

$$\delta = r_2 - r_1 = m\lambda$$



## Destruktiv interferens

$$\delta = r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$



# Interferens



Antinodala kurvor =  
konstruktiv interferens

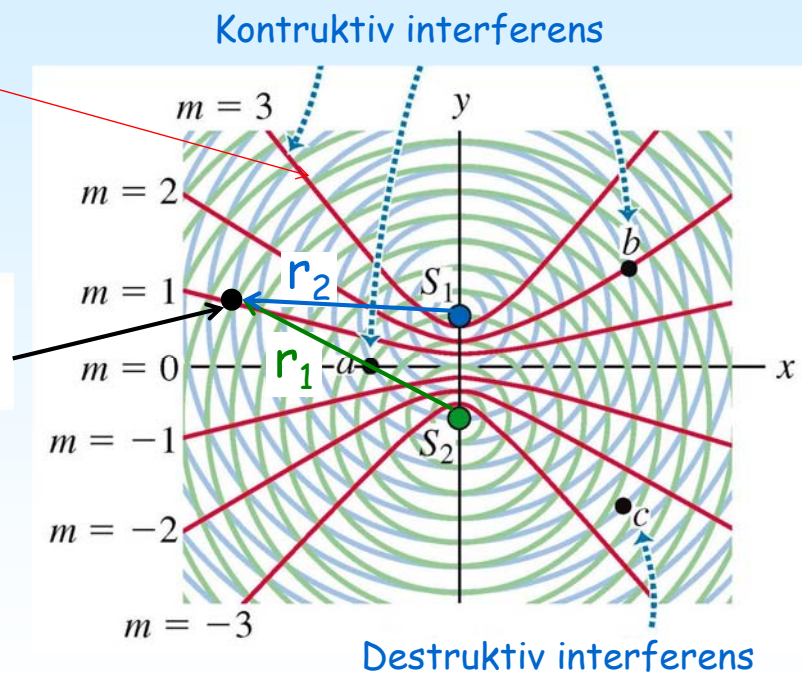
För en punkt gäller:

$$E_1(t) = E \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_2(t) = E \cos \omega t$$

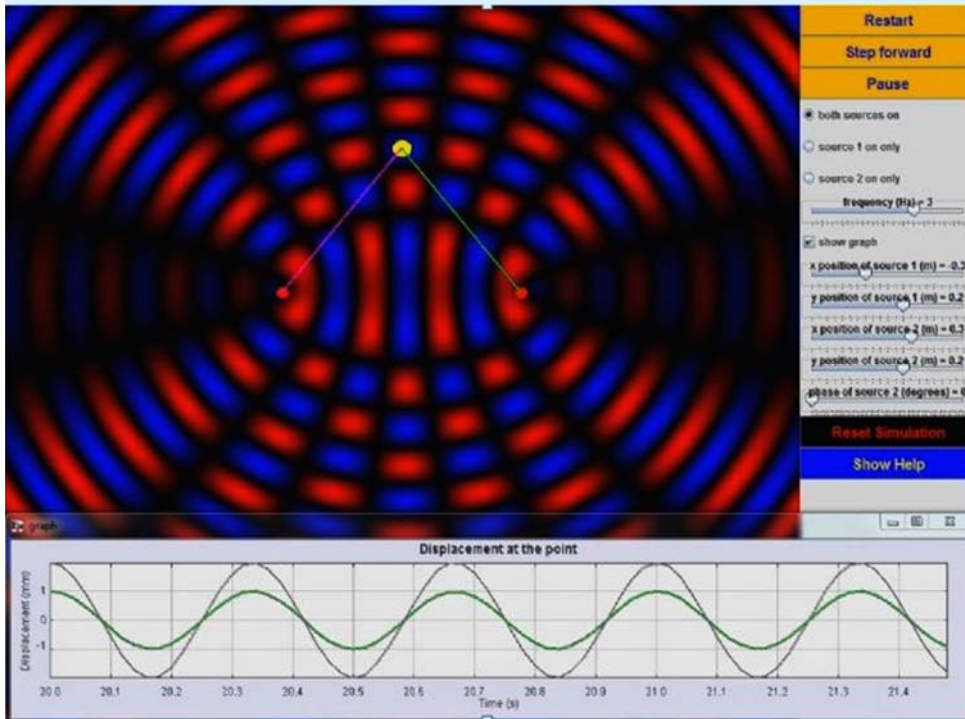
En vägskillnad av en  
våglängd motsvarar en  
fasskillnad på  $2\pi$

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$





# Interferens



Svart:  
Amplituden = noll

Röd:  
Amplituden > 0

Blå:  
Amplituden < 0

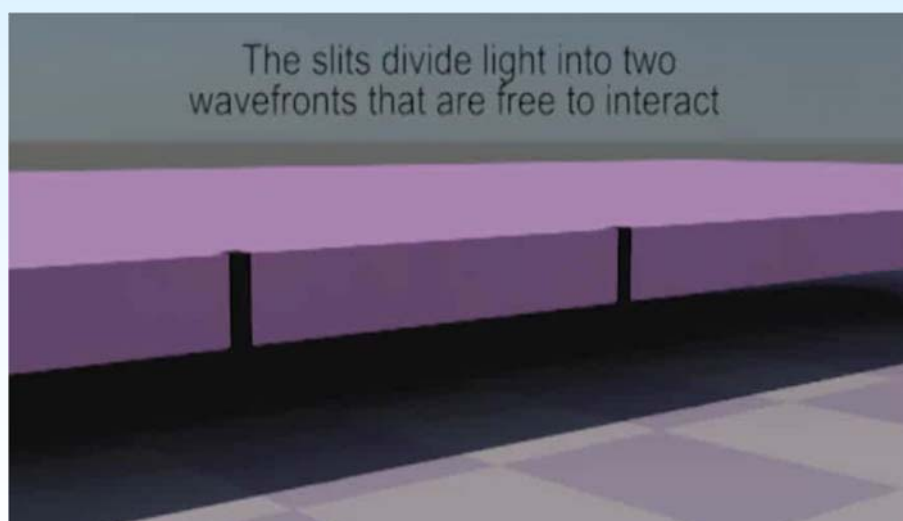
<http://www.opensourcephysics.org/items/detail.cfm?ID=9989>



# Interferens



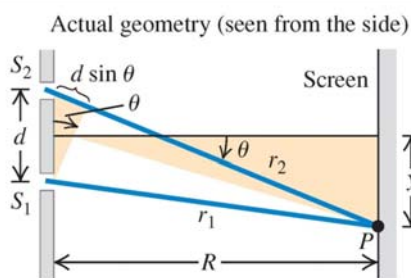
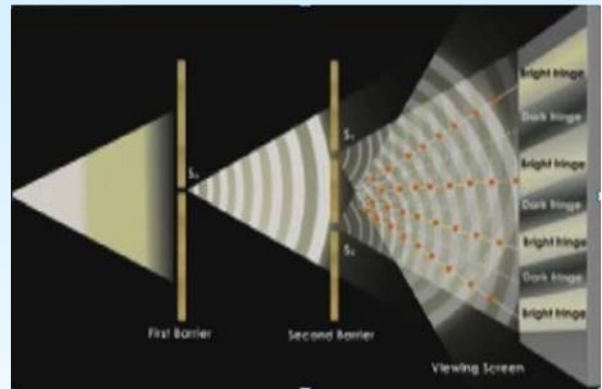
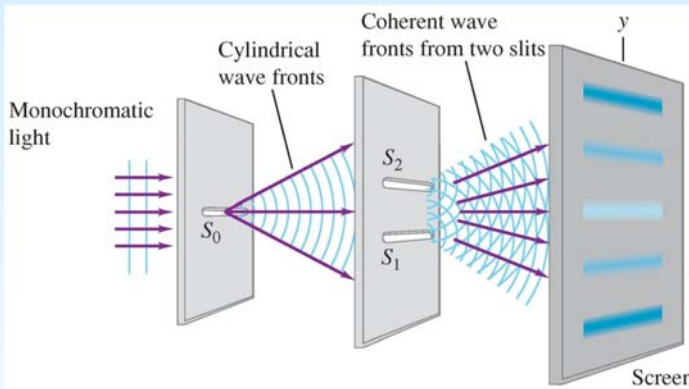
## Principen för Youngs dubbelspalt experiment



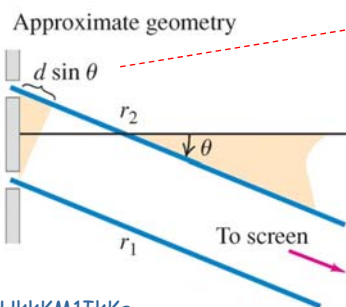
<https://www.youtube.com/watch?v=Kdi4e76UvO8>



# Interferens



<https://www.youtube.com/watch?v=9UkkKM1IkKg>



$$r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

**Konstruktiv**  
 $d \sin \theta = m \lambda$

**Destruktiv**  
 $d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$



# Interferens



## Mål

Räkna ut var de ljusa banden hamnar på skärmen i ett dubbel spalt experiment.

## Givet

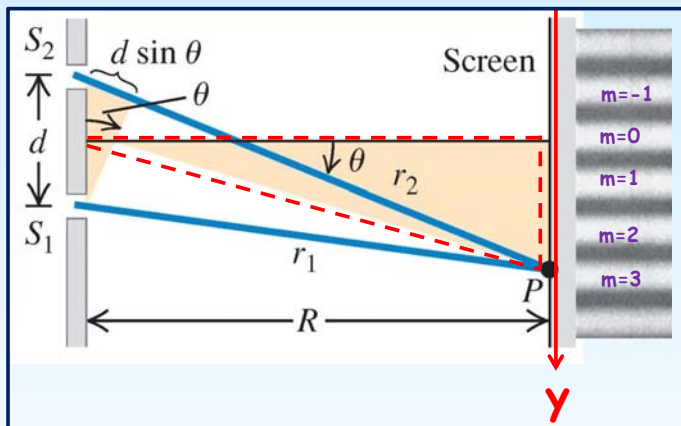
Ljusets våglängd  $\lambda$ , avståndet mellan spalterna  $d$  och avståndet till skärmen  $R$ .

## Hur

$$r_2 - r_1 = m \lambda + \text{Geometri}$$



# Interferens



**Geometri:**  
 $r_2 - r_1 = d \sin(\theta) \approx d \theta$

$y = R \tan(\theta) \approx R \theta \approx R (r_2 - r_1) / d$

**Konstruktiv interferens:**  
 $r_2 - r_1 = m \lambda$

$y_m = R \frac{m \lambda}{d}$   
 $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$



# Interferens



Konstruktiv interferens

$y_m \approx m \cdot (R \lambda / d)$

Destruktiv interferens

$y_m \approx (m + \frac{1}{2}) \cdot (R \lambda / d)$



Wavelength

Distance Between Slits



Wavelength

Distance Between Slits



Wavelength

Distance Between Slits

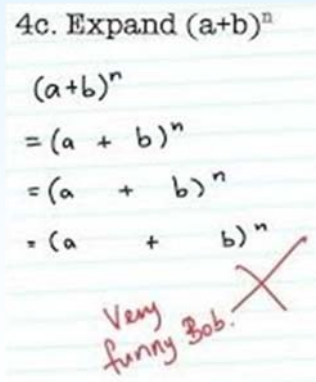
<http://www.opensourcephysics.org/items/detail.cfm?ID=10529>



# Interferens Problem



## Del 2. Problem lösning

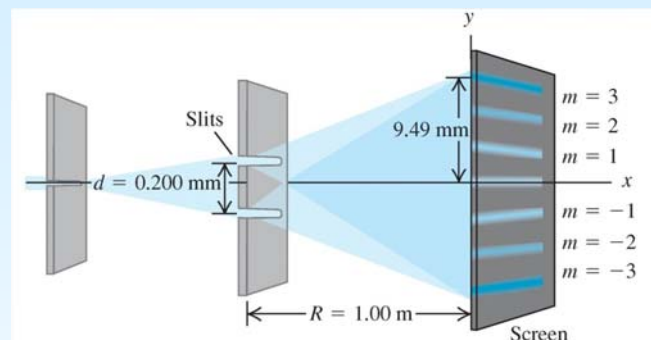


# Interferens Problem



$y = 9.49$  mm för linjen med  $m = 3$

Vad är ljusets våglängd ?



$$y_m = R \frac{m\lambda}{d}$$

$$\lambda = \frac{y_m d}{m R} = \frac{(9.49 \times 10^{-3} \text{ m})(0.200 \times 10^{-3} \text{ m})}{(3)(1.00 \text{ m})}$$

$$= 633 \times 10^{-9} \text{ m} = 633 \text{ nm}$$





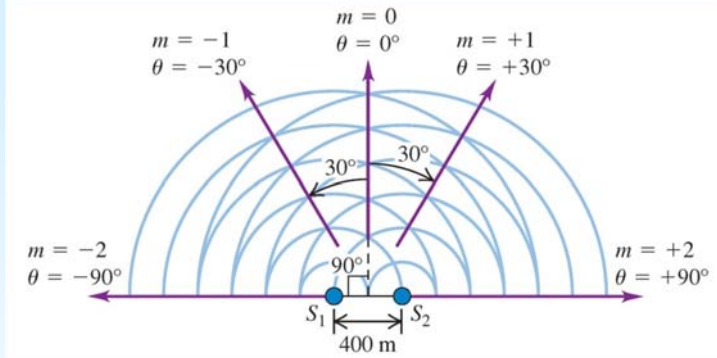
# Interferens Problem



Två antenner skickar ut radiovågor med  $f = 1500$  kHz.

De sitter 400 m ifrån varandra.

Varför blir intensiteten störst för 0, 30 och 90 grader ?



$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$d = 400 \text{ m}$$

$$\lambda = c/f = 200 \text{ m}$$

$$\sin \theta = \frac{m \lambda}{d} = \frac{m(200 \text{ m})}{400 \text{ m}} = \frac{m}{2}$$

$$\theta = 0, \pm 30^\circ, \pm 90^\circ$$



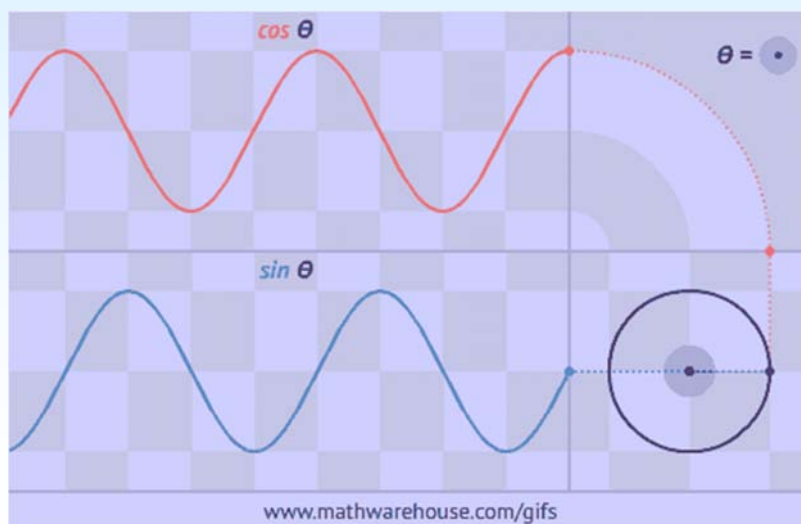
# Interferens Fas vektorer



## Del 3. Fas vektorer

Cosinus funktion

Sinus funktion



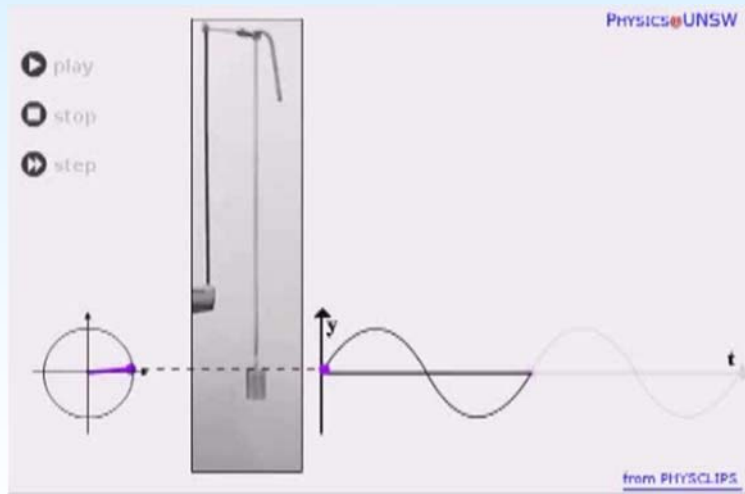
fas vektorer



# Interferens Fas vektorer



## Fasvektorn för harmonisk svängning



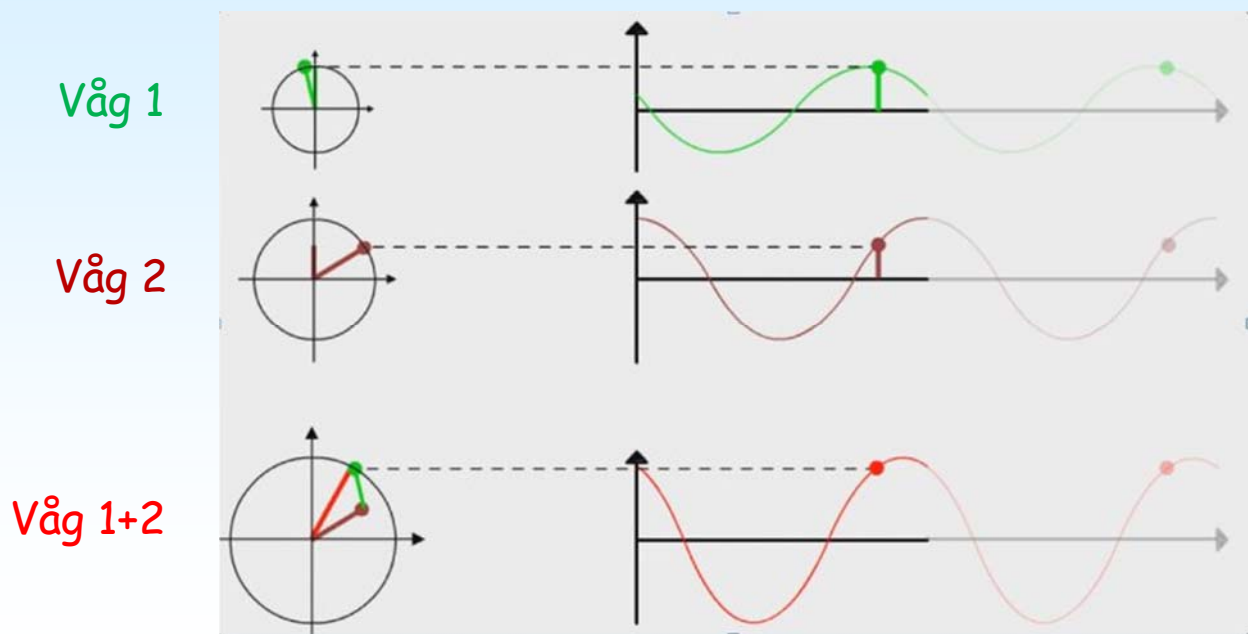
[http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/flash/shm\\_spring1.swf](http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/flash/shm_spring1.swf)



# Interferens Fas vektorer



Genom att addera fasvektorer som vektorer kan man få den kombinerade vågen från två vågor med **samma frekvens** som är ur fas



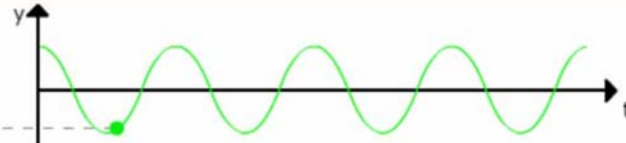
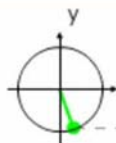


# Interferens Fas vektorer

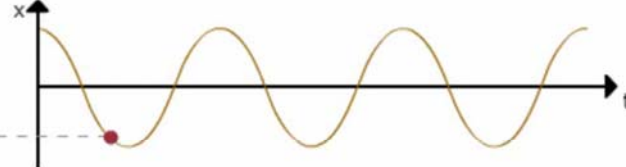
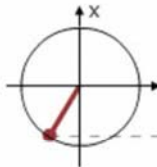


Genom att addera fasvektorer som vektorer kan man få den kombinerade vågen från två vågor med **olika frekvens** som är ur fas

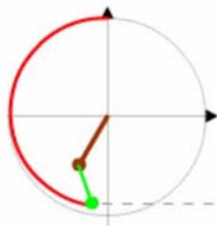
Våg 1



Våg 2



Våg 1+2

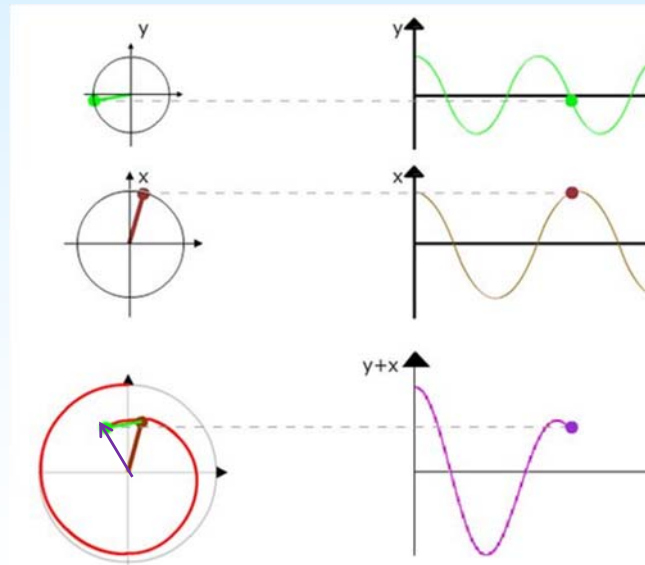
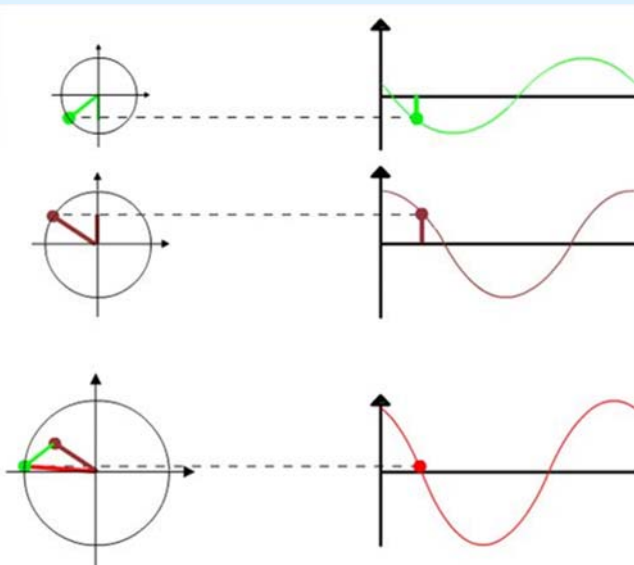


# Interferens Fas vektorer



Samma frekvens  
Olika fas

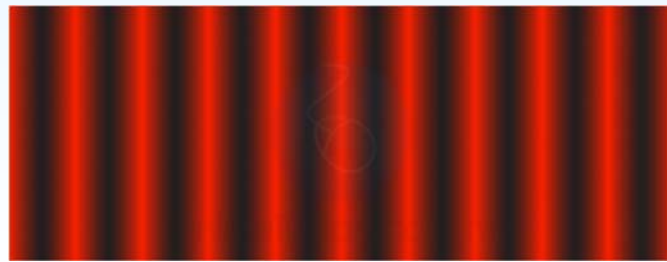
Olika frekvens  
Olika fas



<http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/phasor-addition.html>



## Del 4. Interferens och ljusintensitet



Effekt per ytenhet:

$$S_x(x, t) = \frac{E_{\max} B_{\max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t)$$

Medelvärde av  $\cos^2(x) = 1/2$

$$E = c B$$

Intensitet = medelvärdet av  $S$

$$I = S_{\text{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

Eliminera  $\mu_0$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\epsilon_0 \mu_0 = 1 / c^2$$

$$\mu_0 = 1 / \epsilon_0 c^2$$

**Intensiteten av en elektromagnetisk våg:**  $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$   
där  $E_{\max}$  är amplituden av det elektriska fältet



# Interferens Intensitet



## Strategi för intensitets beräkningen

### Uppgift 1:

Beräkna amplituden  $E_{\max}$  av det elektriska fältet efter överlagringen av två interfererande vågor genom att använda fasvektorer.

### Uppgift 2:

Sätt in den nya  $E_{\max}$  i formeln:  $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$

### Uppgift 3:

Härled ett förhållande mellan intensitet och  $d$ ,  $y$  och  $R$ .



# Interferens Intensitet



## Uppgift 1:

Kombinera två elektriska fält med

1. Samma amplitud -  $E$
2. Samma frekvens -  $\omega$
3. Olika fas -  $\phi$

$$E_1(t) = E \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_2(t) = E \cos \omega t$$

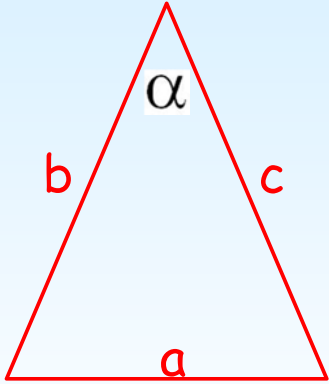
genom att använda fasvektorer !



# Interferens Intensitet



## Först lite trigonometriska formler



1. Cosinus formeln

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

2. Fasformeln

$$\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$$

3. Formeln för dubbla vinkeln

$$\cos(2\alpha) = 2 \cos^2(\alpha) - 1$$

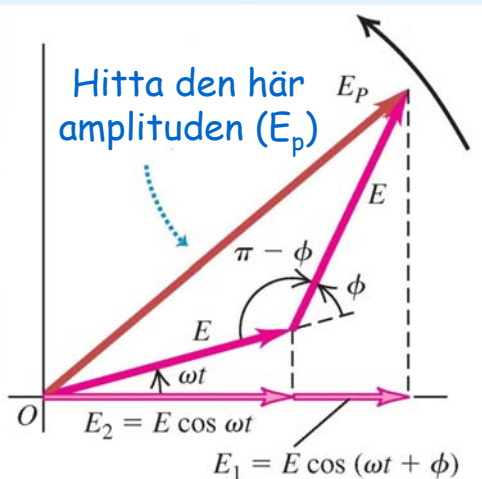
$$\cos(\alpha) = 2 \cos^2(\alpha/2) - 1$$


# Interferens Intensitet

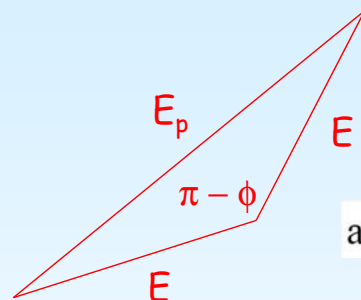


$$E_1(t) = E \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_2(t) = E \cos \omega t$$



Steg 1



1. Cosinus formeln

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$E_p^2 = E^2 + E^2 - 2E^2 \cos(\pi - \phi)$$

2. Fasformeln

Steg 2

$$\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$$

$$E_p^2 = E^2 + E^2 + 2E^2 \cos \phi$$

$$E_p^2 = 2E^2 (1 + \cos(\phi))$$



# Interferens Intensitet



**Steg 2**  $E_p^2 = 2E^2 (1 + \cos(\phi))$

3. Formeln för dubbla vinklarn

$$\cos(\alpha) = 2 \cos^2(\alpha/2) - 1$$



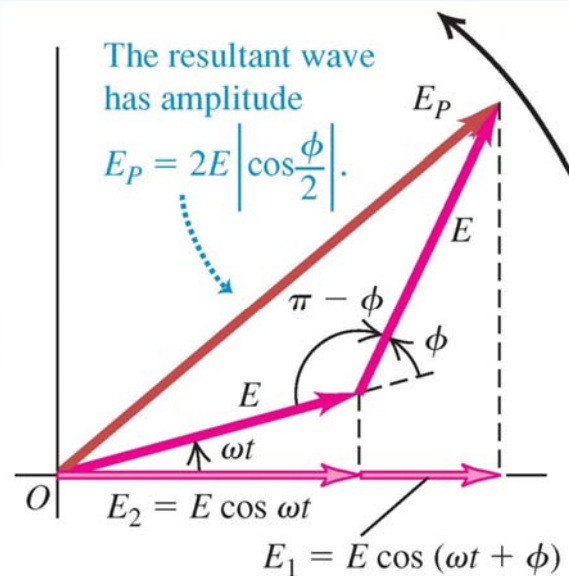
$$E_p^2 = 2E^2 (1 + 2\cos^2(\phi/2) - 1)$$

$$E_p^2 = 4E^2 \cos^2(\phi/2)$$



$$E_p = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

**Steg 3**



# Interferens Intensitet



## Strategi

### Uppgift 1:

Beräkna **amplituden**  $E_{\max}$  av det elektriska fältet efter överlagringen av två interfererande vågor genom att använda **fasvektorer**.

$$E_p = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

### Uppgift 2:

Sätt in den nya  $E_{\max}$  i **formeln**:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

### Uppgift 3:

Härled ett förhållande mellan **intensitet** och  $d, y$  och  $R$ .



# Interferens Intensitet



Amplitud av två vågor  
efter interferens:

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

Intensitet av två vågor  
efter interferens:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_P^2 = 2 \epsilon_0 c E^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

**SLUTSATS:** Intensiteten av ljuset ( $I$ )  
är proportionell mot kvadraten på  
amplituden av det elektriska fältet ( $E_p$ ):

$$I \sim E_p^2$$

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad \text{där } I_0 = 2 \epsilon_0 c E^2 \text{ är maximum av intensiteten.}$$



# Interferens Intensitet



## Strategi

### Uppgift 1:

Beräkna **amplituden**  $E_{\max}$  av det elektriska fältet  
efter överlagringen av två interfererande vågor  
genom att använda **fasvektoren**.

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

### Uppgift 2:

Sätt in den nya  $E_{\max}$  i **formeln**:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

### Uppgift 3:

Härled ett förhållande mellan **intensitet och  $d, y$   
och  $R$ .**

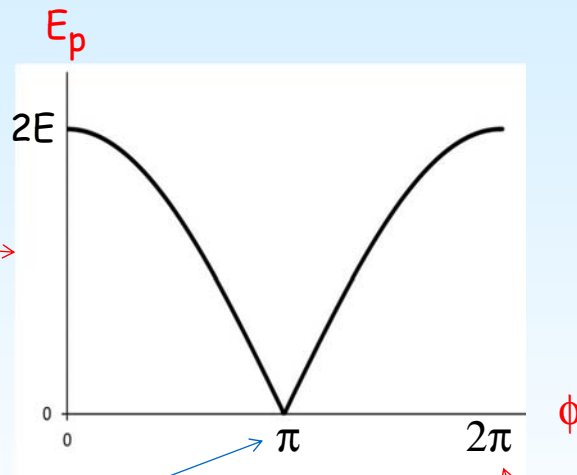




# Interferens Intensitet



$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

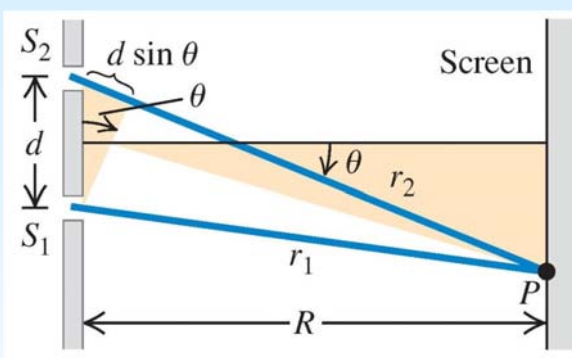


Destruktiv interferens  
inträffar när fas  
skillnaden är  $\pi$

Konstruktiv interferens  
inträffar när fas  
skillnaden är  $2\pi$



# Interferens Intensitet



En vägskillnad av en  
våglängd motsvarar en  
fasskillnad på  $2\pi$

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

Väg skillnaden  
 $r_2 - r_1 = d \sin \theta$

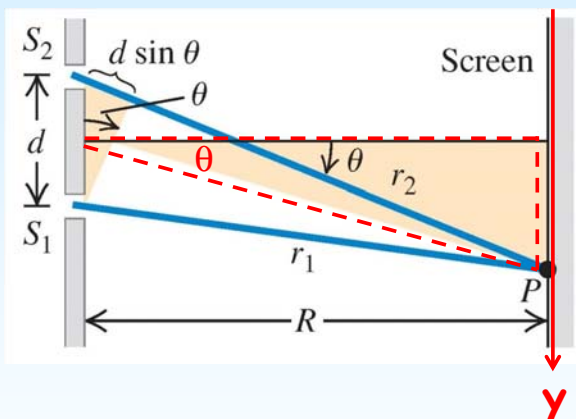
$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$



# Interferens Intensitet



## Introducera y i formeln



$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

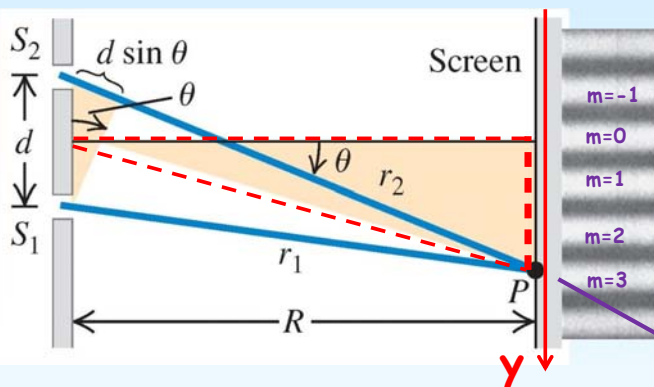
$$\tan(\theta) = y / R \approx \sin(\theta)$$

litet  $\theta$

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$



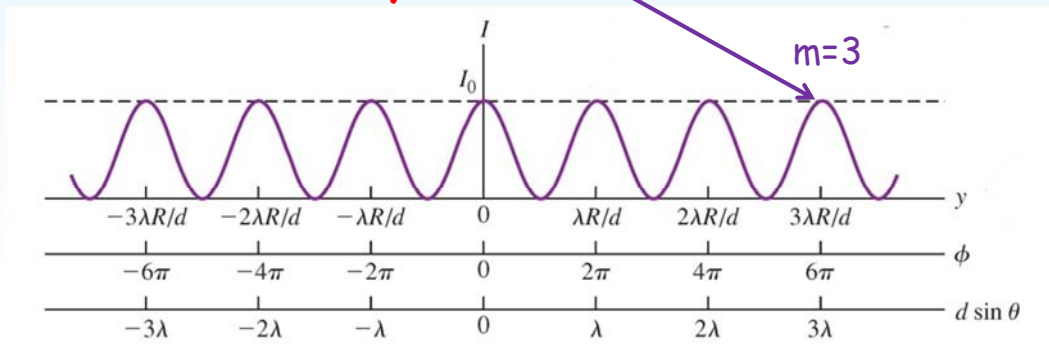
# Interferens Intensitet



$$\phi \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$

Intensitet:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi dy}{\lambda R} \right)$$





# Interferens Intensitet



## Strategi

### Uppgift 1:

Beräkna **amplituden**  $E_{\max}$  av det elektriska fältet efter överlagringen av två interfererande vågor genom att använda **fasvektorer**.

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

### Uppgift 2:

Sätt in den nya  $E_{\max}$  i **formeln**:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

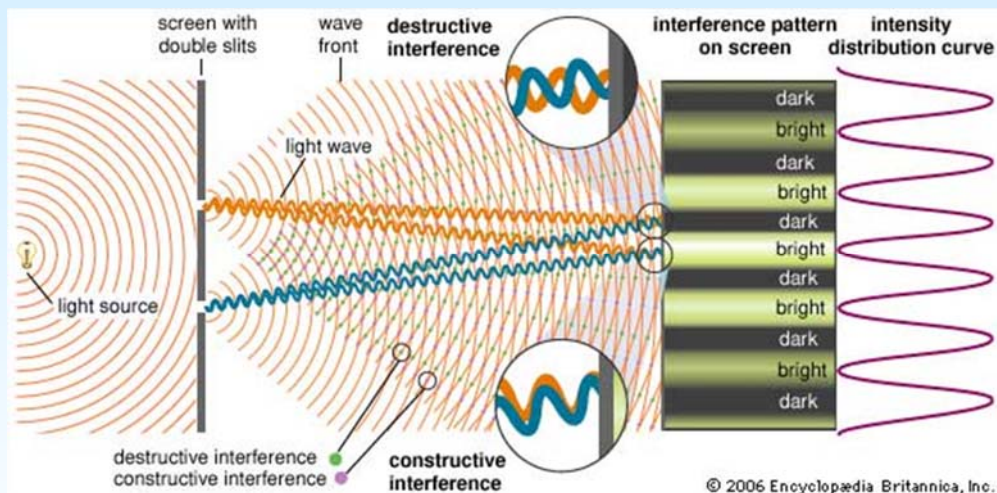
### Uppgift 3:

Härled ett förhållande mellan **intensitet**  $d$ ,  $y$  och  $R$ .

$$I = I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi d y}{\lambda R} \right)$$



# Interferens Intensitet



### Konstruktiv interferens:

$$r_2 - r_1 = d \sin(\theta) = m \lambda$$

$$y_m \approx m \cdot (R \lambda / d)$$

### Intensitet

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi d y}{\lambda R}$$



# Interferens Problem



## Del 5. Problem lösning

4c. Expand  $(a+b)^n$

$(a+b)^n$   
 $= (a + b)^n$   
 $= (a + b)^n$   
 $= (a + b)^n$

*Very funny Bob.*

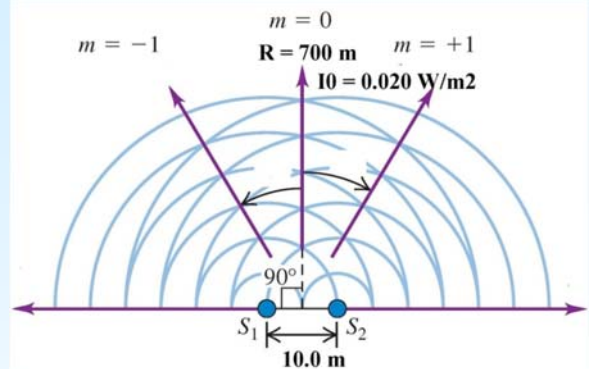


# Interferens Problem

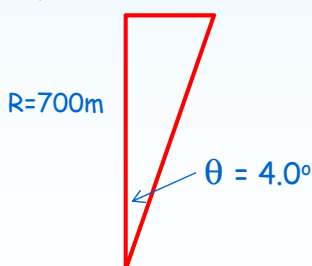


Två antenner skickar ut radiovågor med  $f = 60.0$  MHz. De sitter  $10.0$  m ifrån varandra. Intensiteten är  $0.020$  W/m<sup>2</sup> på ett avstånd av  $700$  m för  $m = 0$ .

Vad blir intensiteten på avståndet  $700$  m för  $\theta = 4.00^\circ$  ?



$$y = 700 \tan(4.0^\circ) = 48.9 \text{ m}$$



$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi dy}{\lambda R} \right)$$

$$\lambda = c/f = 5.00 \text{ m}$$

$$d = 10.0 \text{ m}$$

$$I = 0.020 \cos^2 \left( \frac{\pi \cdot 10.0 \cdot 48.9}{(5.00 \cdot 700)} \right) = 0.016 \text{ W/m}^2$$

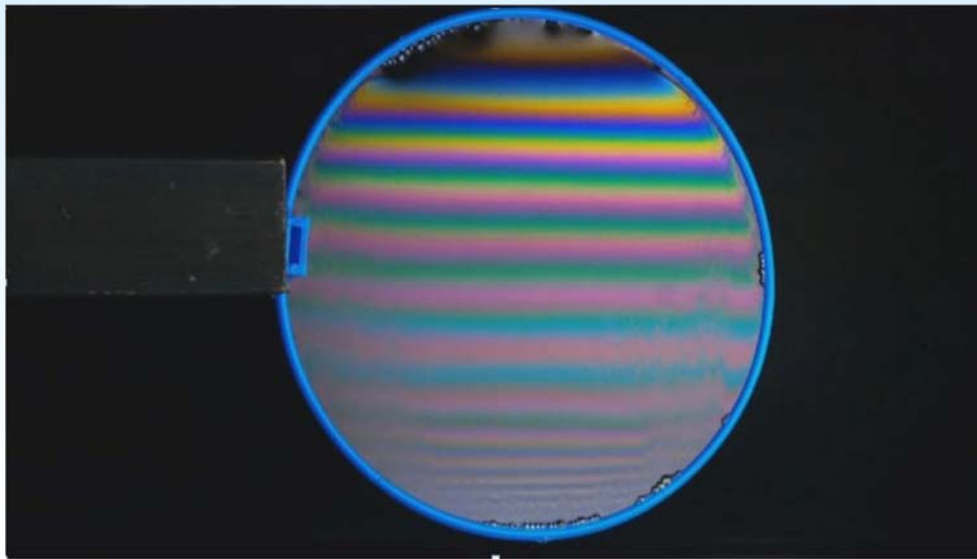


# Interferens

## Tunnsfilmsinterferens



### Del 6. Tunnsfilms interferens



<https://www.youtube.com/watch?v=4I34jA1fDp>



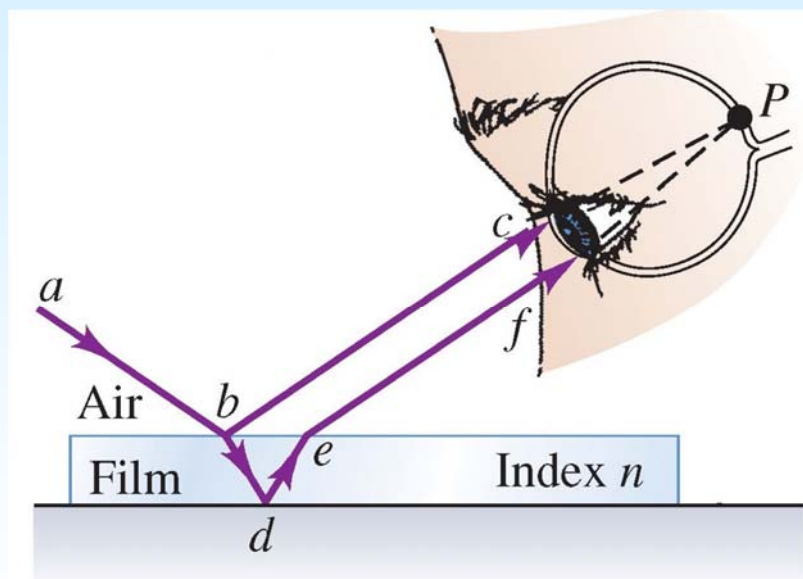
# Interferens

## Tunnsfilmsinterferens



Olika färger har olika våglängder så vissa kommer att interferera konstruktivt och andra destruktivt.

Detta skapar färg band.



Två reflektioner skapar interference



# Interferens

## Tunnsfilmsinterferens

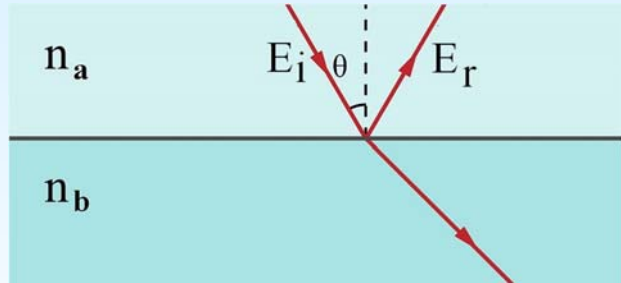


### Reflektioner

Reflekterad  
våg Amplitud

Inkommande  
våg Amplitud

$$E_r = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b} E_i \quad \text{för } \theta = 0$$



Positiv om  $n_a > n_b$   $\Rightarrow$  Ingen fas skillnad

Negativ om  $n_b > n_a$   $\Rightarrow$  Fas skillnad =  $\pi$



# Interferens

## Tunnsfilmsinterferens



$n_b < n_a$   
Fas skillnad = 0

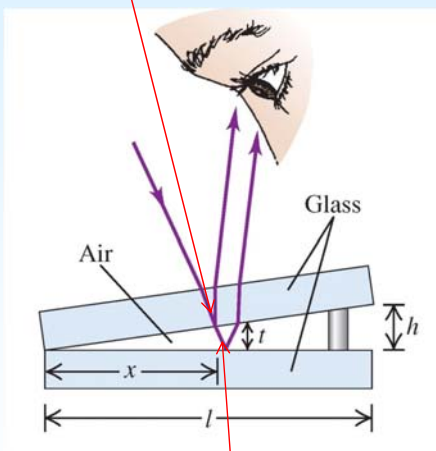
Efter en reflektion med **en** **fasförskjutning** ( $n_b > n_a$ ) gäller följande:

**Konstruktiva reflektioner:**

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

**Destruktiva reflektioner:**

$$2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$



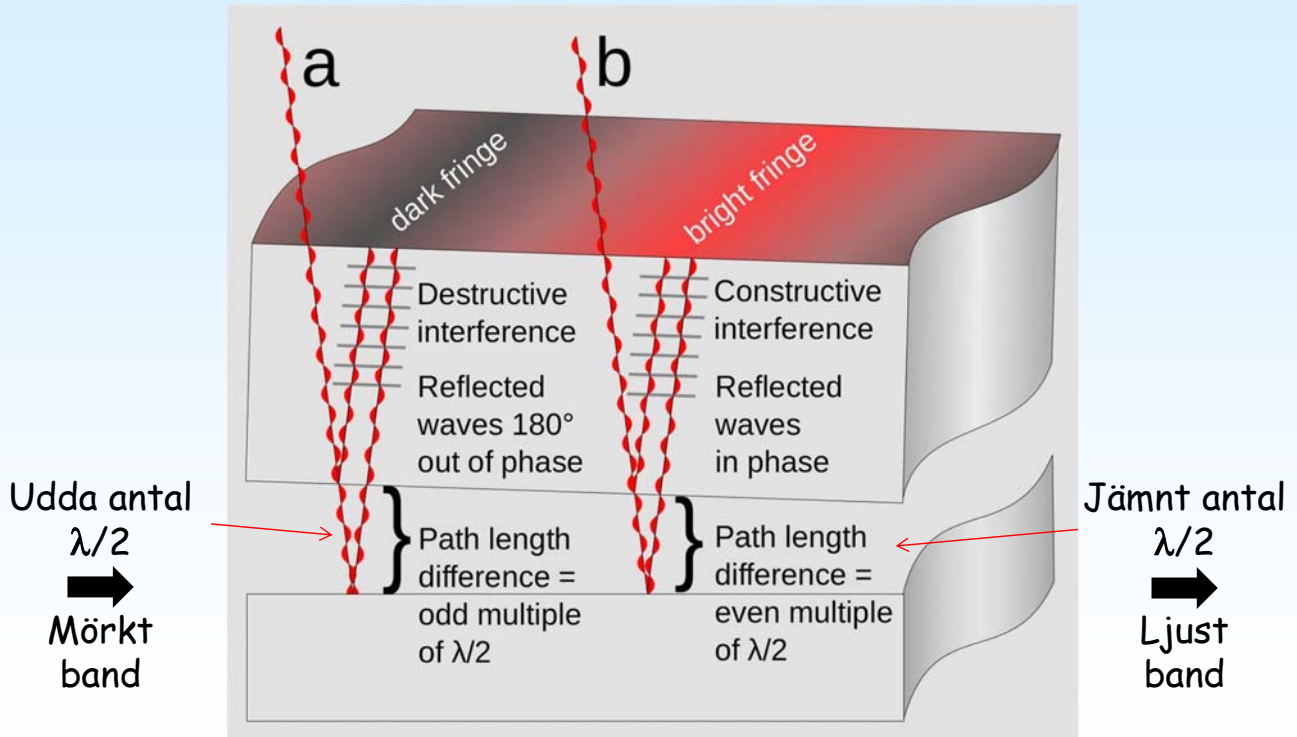
$n_b > n_a$   
Fas skillnad =  $\pi$

Detta är motsatsen till vad vi normalt har utan en **fasförskjutning** (eller efter två **fasförskjutningar**).



# Interferens

## Tunnsfilmsinterferens



# Interferens

## Problem



# Del 7. Problem lösning

4c. Expand  $(a+b)^n$

$$(a+b)^n$$

$$= (a + b)^n$$

$$= (a + b)^n$$

$$= (a + b)^n$$

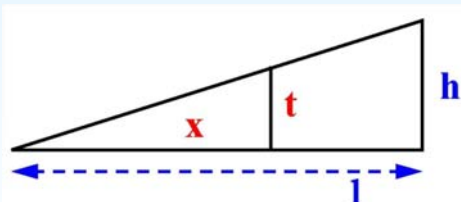
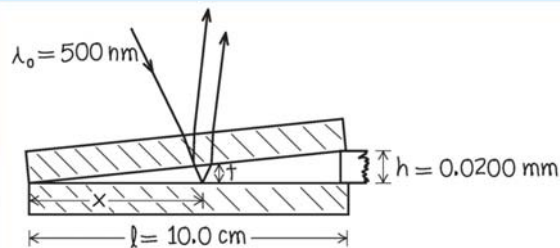
*Very funny Bob.*



# Interferens Problem



Två tunna 10.0 cm långa glasplattor är separerade i ena änden av ett papper som är 0.02 mm tjockt. Ljus med våglängden 500 nm skapar mörka interferenslinjer. Vad blir avståndet mellan linjerna ?



$$\frac{t}{x} = \frac{h}{l}$$

$$2t = \frac{2xh}{l}$$

**Destructive reflektioner:**  $2t = m\lambda$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )

$$\frac{2xh}{l} = m\lambda_0$$

$$x = m \frac{l\lambda_0}{2h} = m \frac{(0.100 \text{ m})(500 \times 10^{-9} \text{ m})}{(2)(0.0200 \times 10^{-3} \text{ m})} = m(1.25 \text{ mm})$$

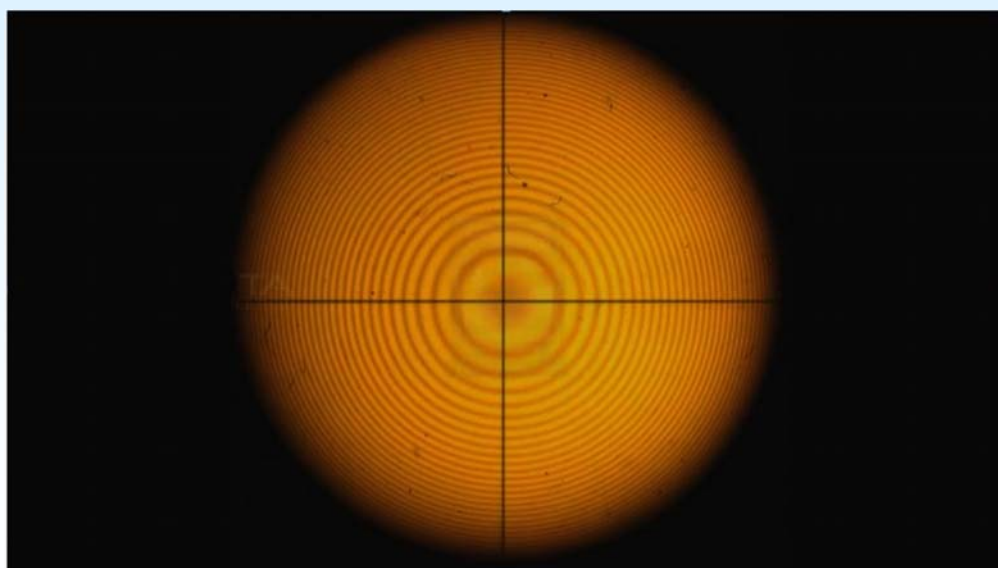
Successive dark fringes, corresponding to  $m = 1, 2, 3, \dots$ , are spaced 1.25 mm apart.



# Interferens Newtons ringar



## Del 8. Newtons ringar

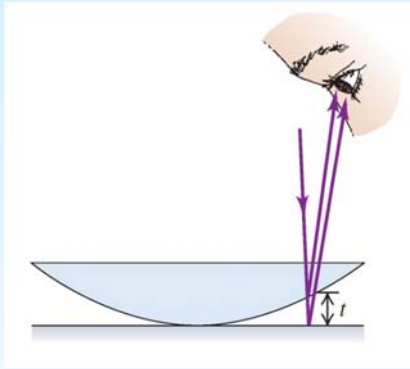


<https://www.youtube.com/watch?v=PU-SeNfIRcs>



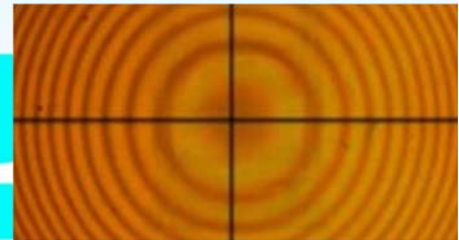
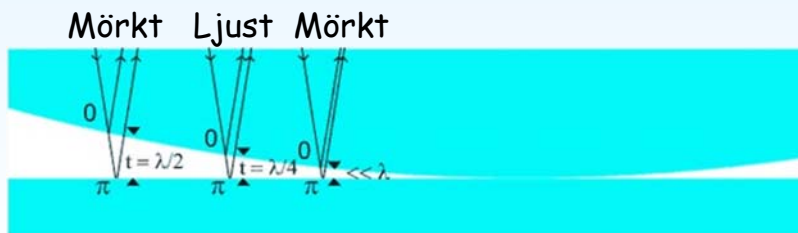


# Interferens Newtons ringar



Newtons ringar kan användas för att studera ytan av linser till en mycket hög precision.

Mellan varje mörk ring har avståndet ( $t$ ) förändrats med en halv våglängd.



**Destruktiva reflektioner:**  $2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$   $\Rightarrow t = m \frac{\lambda}{2}$



# Interferens Icke-reflekterande beläggning



## Del 9. Icke-reflekterande beläggning





# Interferens

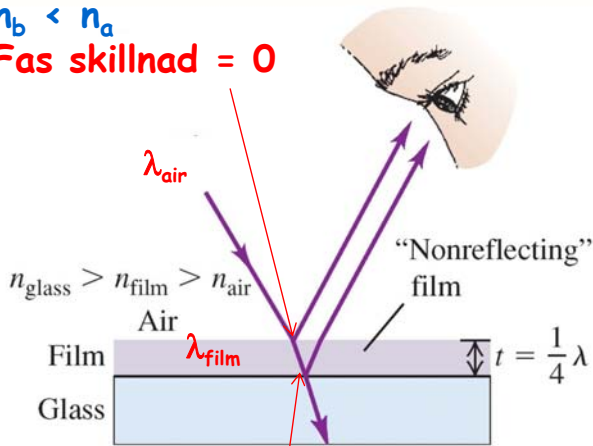
## Icke-reflekterande beläggning



### Icke-reflekterande film

$$n_b < n_a$$

Fas skillnad = 0



Destruktiv reflektion:

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Film tjocklek:  $t = \lambda_{\text{film}} / 4$   
 Film brytningsindex:  $n_{\text{film}} < n_{\text{glass}}$



Destruktiv interferens = inga reflektioner

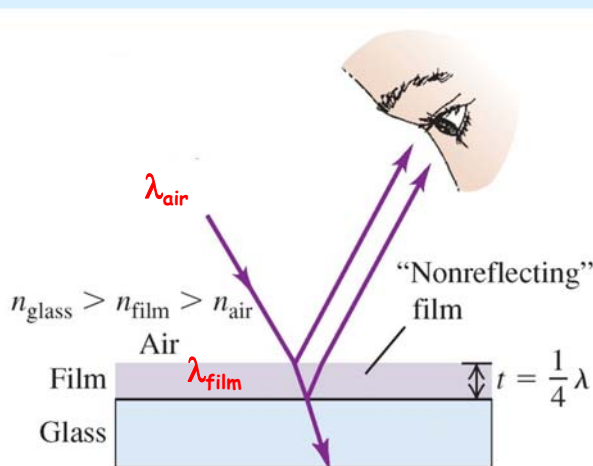
$$n_b < n_a$$

Fas skillnad = 0



# Interferens

## Icke-reflekterande beläggning



Våglängden i filmen måste alltså vara en fjärdedel av filmtjockleken:

$$t = \lambda_{\text{film}} / 4$$

Detta är inte samma våglängd som det inkommande ljusets, men den kan lätt beräknas:

$$\lambda = v / f \quad \text{för } n > 1$$

$$\lambda_0 = c / f \quad \text{för } n = 1$$

och

$$n = c / v = \lambda_0 / \lambda$$



$$\lambda_{\text{film}} = \lambda_{\text{air}} / n_{\text{film}}$$



# Interferens Problem



## Del 10. Problem lösning

4c. Expand  $(a+b)^n$

$$(a+b)^n$$
$$= (a + b)^n$$
$$= (a + b)^n$$
$$= (a + b)^n$$

*Very funny Bob.*



# Interferens Problem



Ett tunt lager av  $\text{MgF}_2$  med  $n=1.38$  stoppas på glas med  $n = 1.52$  för att stoppa reflektionen av ljus med våglängden 550 nm.

Hur tjockt behöver  $\text{MgF}_2$  skiktet vara ?

$$\lambda_{\text{film}} = \lambda_{\text{air}} / n_{\text{film}} = 550 \text{ nm} / 1.38 = 400 \text{ nm}$$

$$\text{Film tjocklek: } t = \lambda_{\text{film}} / 4 = 400 / 4 = 100 \text{ nm}$$



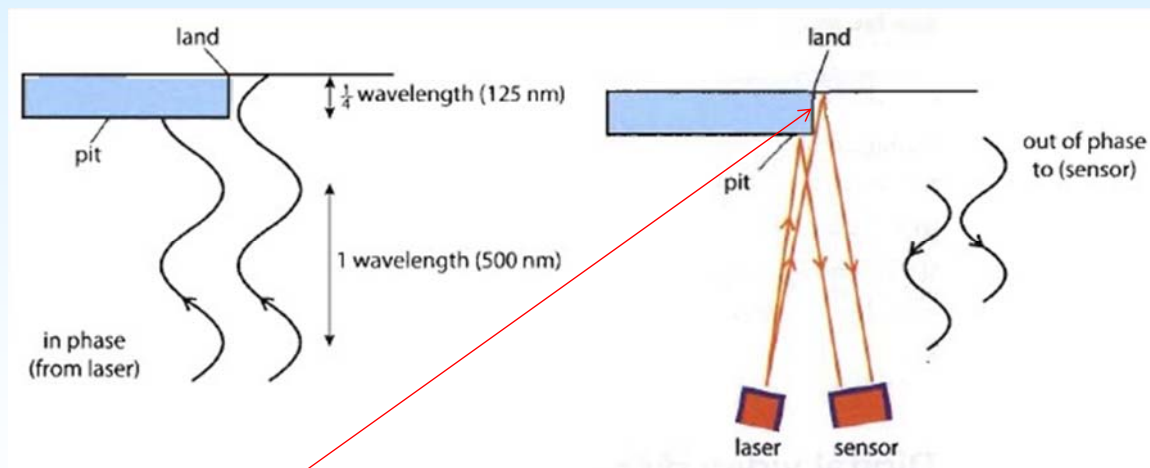
## Del 11. DVD spelare



<https://www.youtube.com/watch?v=vGXFFNQqNk>



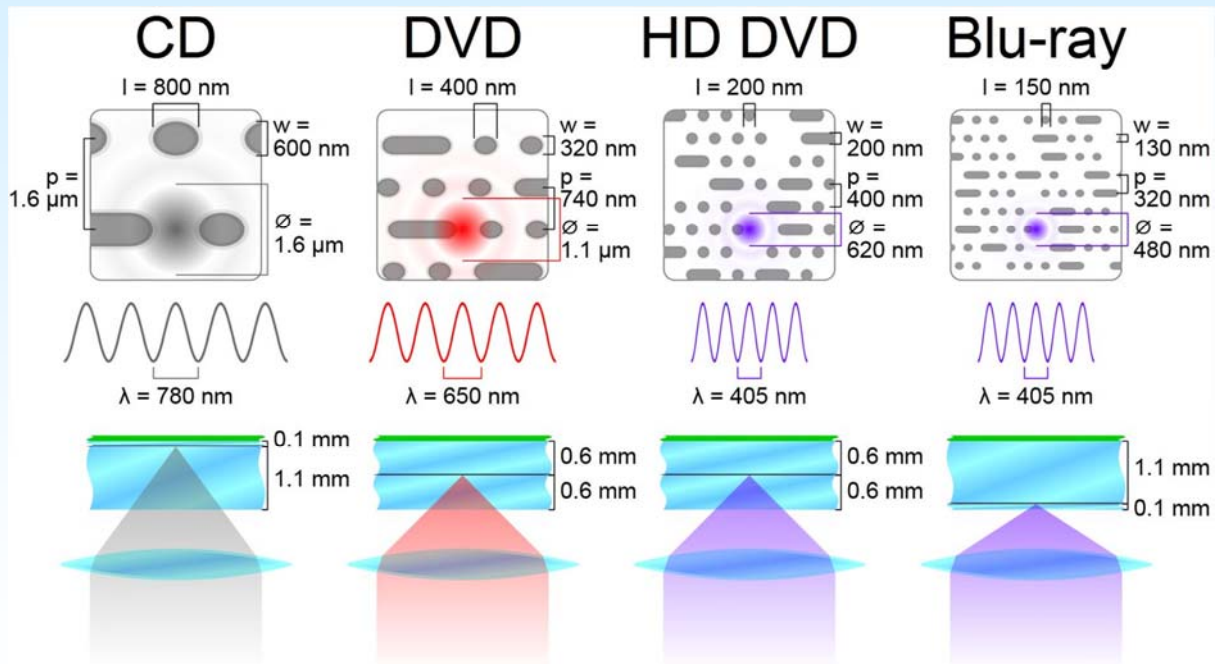
Principen för en DVD-spelare:  
**destruktiv interferens**



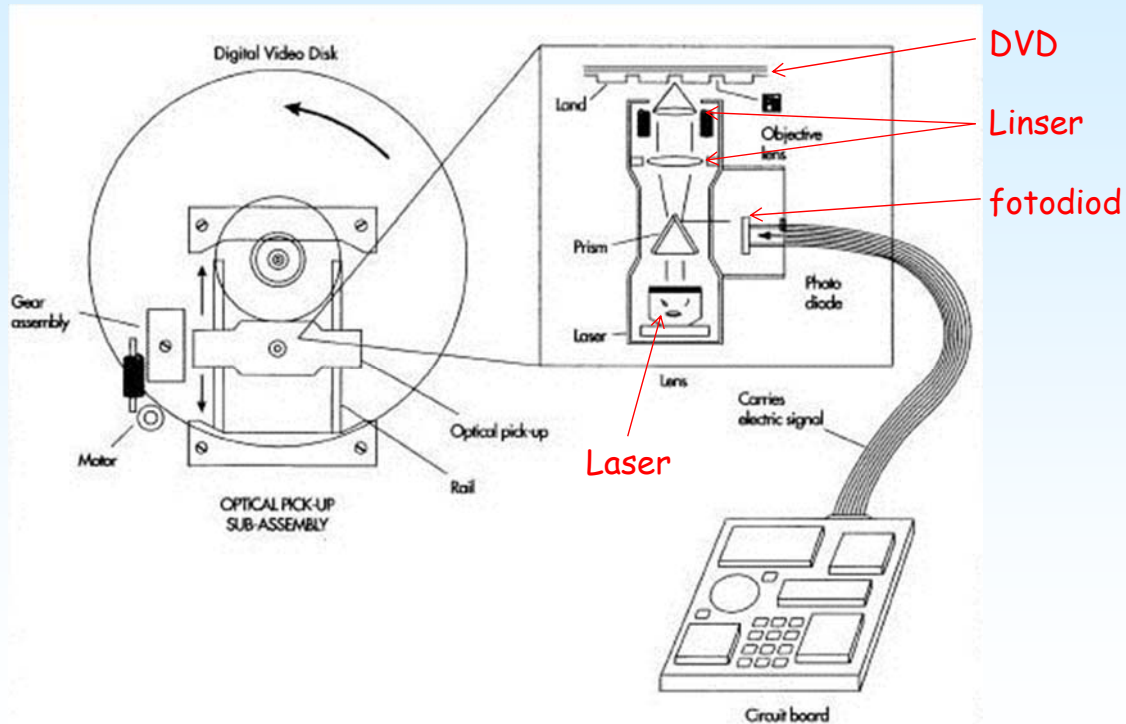
Vid en kant får man destruktive interference = 1  
Överallt annars bara reflektion = 0



# Interferens DVD spelare



# Interferens DVD spelare





# Interferens

## Michelsons interferometer

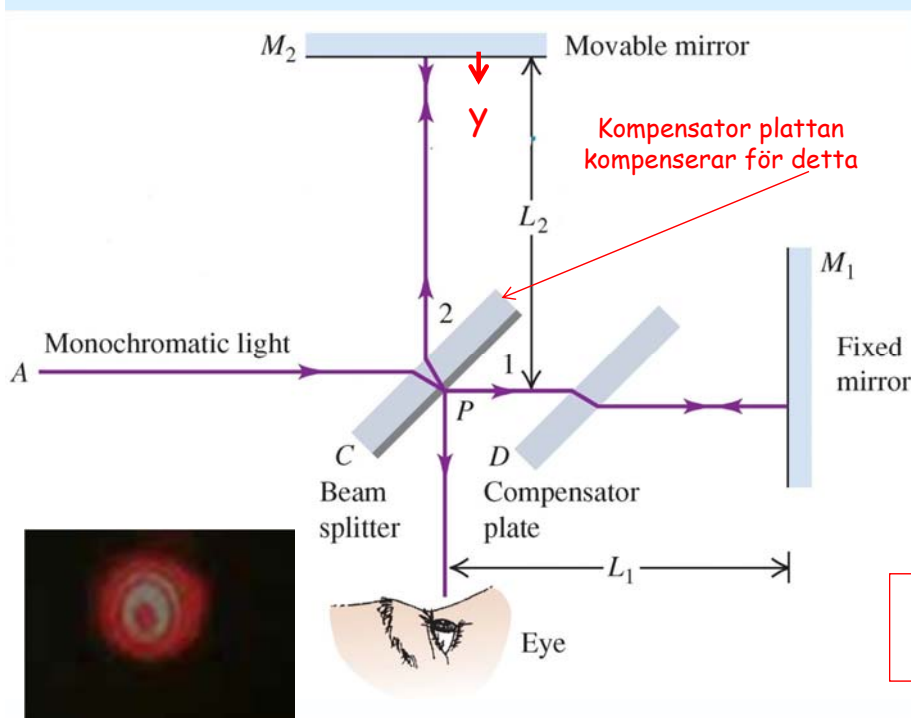


# Del 12. Michelsons interferometer



# Interferens

## Michelsons interferometer



Observatören ser ett **interferensmönster** med ringar.

Ringarna i mönstret kommer att **röra sig** när spegeln flyttas.

Antalet ringar ( $m$ ) som passerar förbi kan användas för att **beräkna  $y$  eller  $\lambda$**

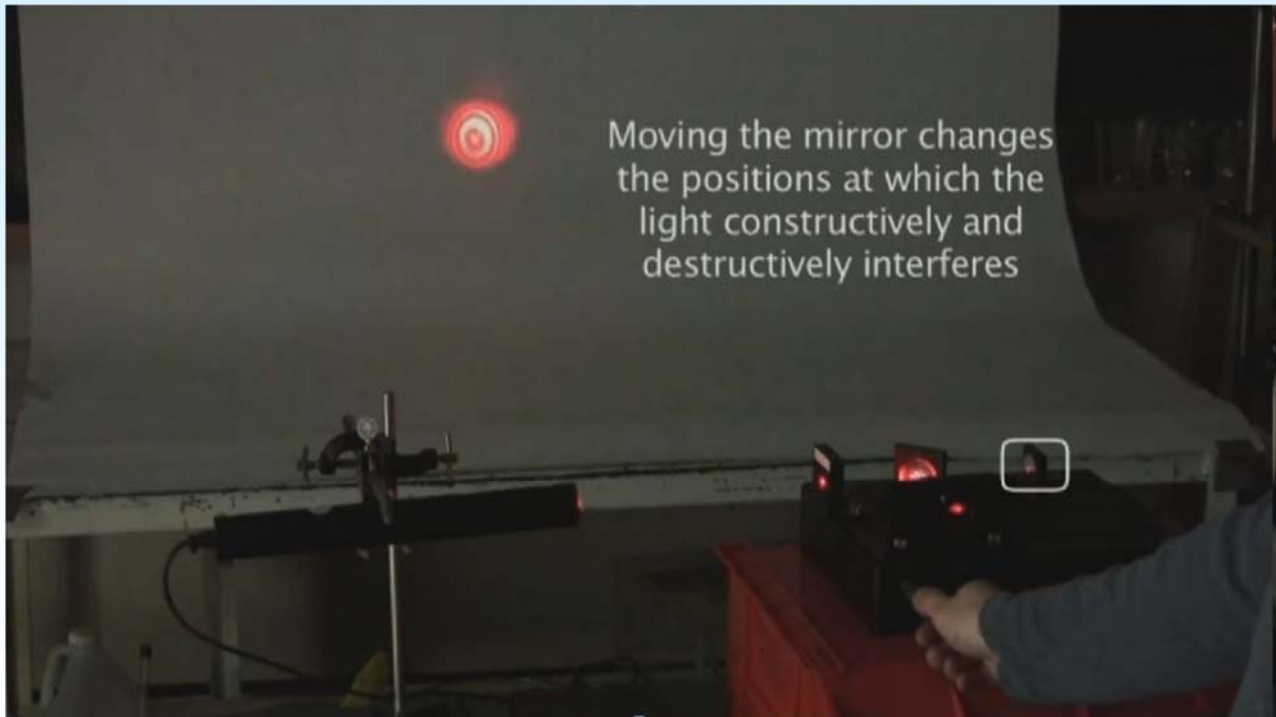
$$y = m \frac{\lambda}{2} \quad \lambda = \frac{2y}{m}$$





# Interferens

## Michelsons interferometer



<https://www.youtube.com/watch?v=j-u3IEgcTiQ>