

Kapitel 35 - Interferens

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

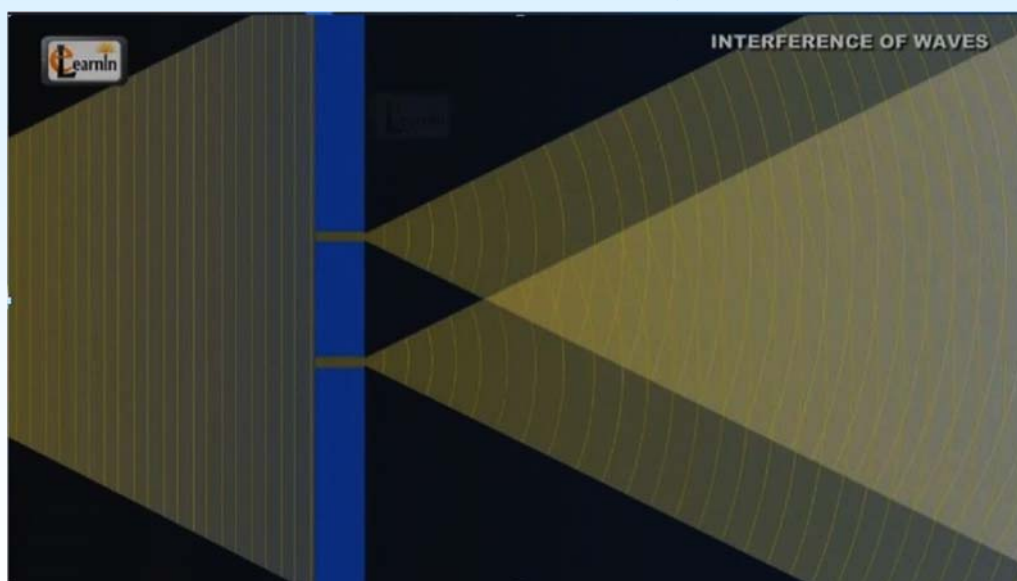
1



Interferens



Del 1. Interferens



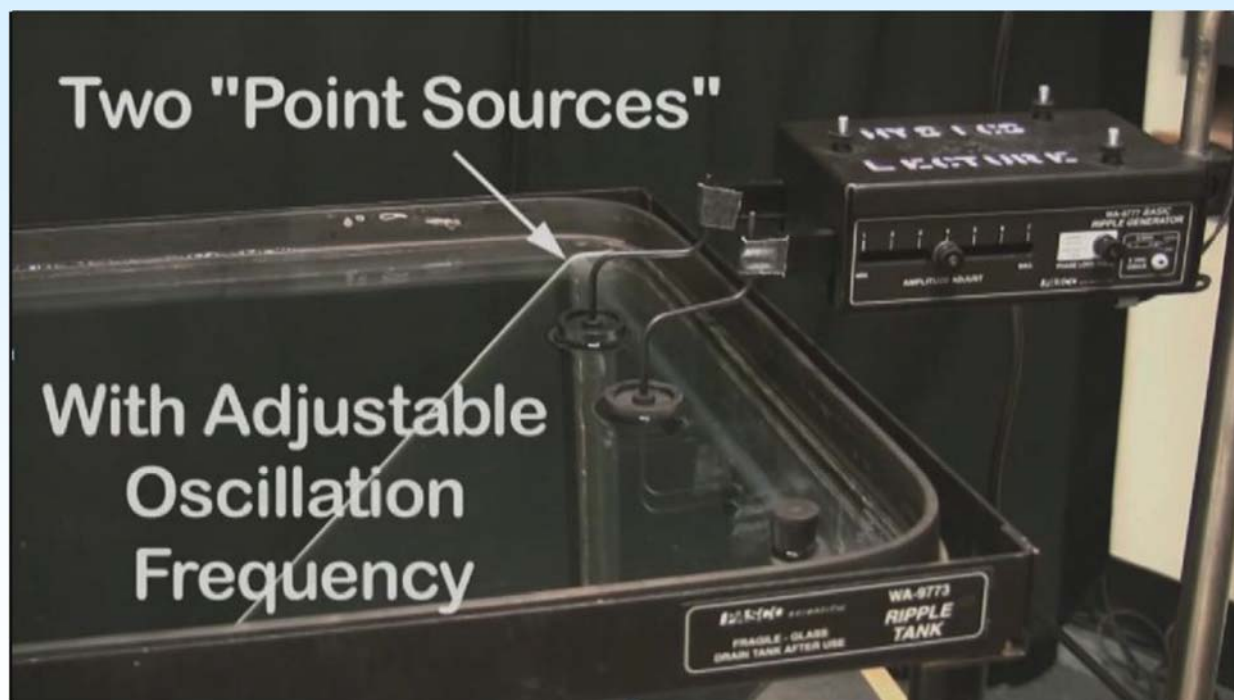
<https://www.youtube.com/watch?v=CAe3IkYNKt8>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

2



Interferens



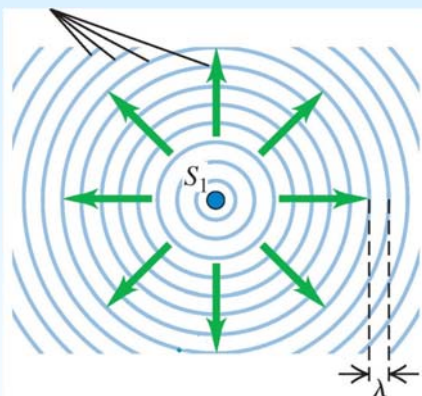
<https://www.youtube.com/watch?v=UMkAXvWIRY4>



Interferens



Vågfronter: vågtoppar i en våg åtskilda av en λ



Interferens:
Vågor överlappar i rymden

Koherenta källor:
samma frekvens (eller våglängd) och konstant fasförhållande (inte nödvändigtvis i fas).

Superpositions principen

När två eller fler vågor överlagras så blir den momentana förflyttningen

=

Summan av förflyttningen från de individuella vågorna var för sig

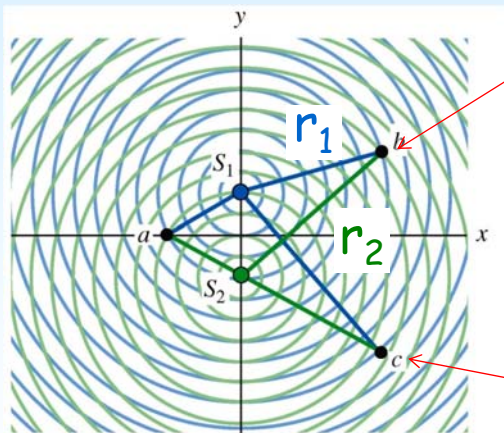


Interferens



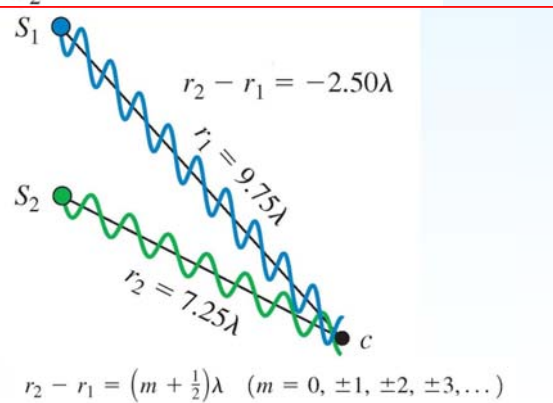
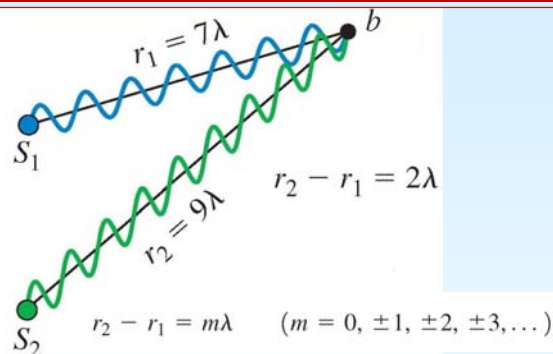
Konstruktiv interferens

$$\delta = r_2 - r_1 = m\lambda$$



Destruktiv interferens

$$\delta = r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$



Interferens



Antinodala kurvor =
konstruktiv interferens
(nod = minimum)

Anta att i en punkt gäller:

$$E_1 = E_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_1 - \omega t + \varphi\right)$$

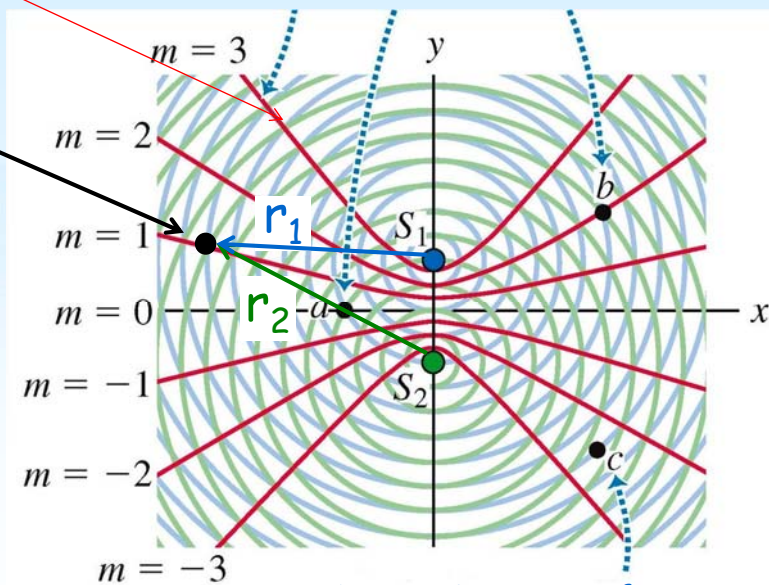
$$E_2 = E_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_2 - \omega t\right)$$

$$E = E_1 + E_2$$

Att öka r_1 med en våglängd
ger samma ändring av E som
att öka fasvinkeln ϕ med 2π :

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

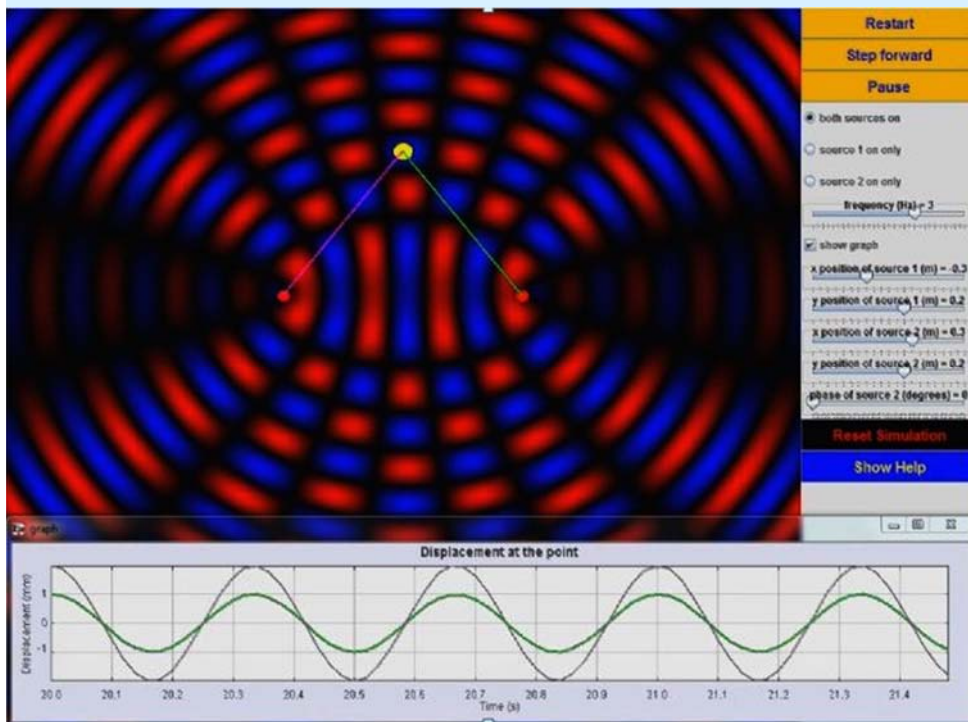
Konstruktiv interferens



Destruktiv interferens



Interferens



Svart:
Amplituden = noll

Röd:
Amplituden > 0

Blå:
Amplituden < 0

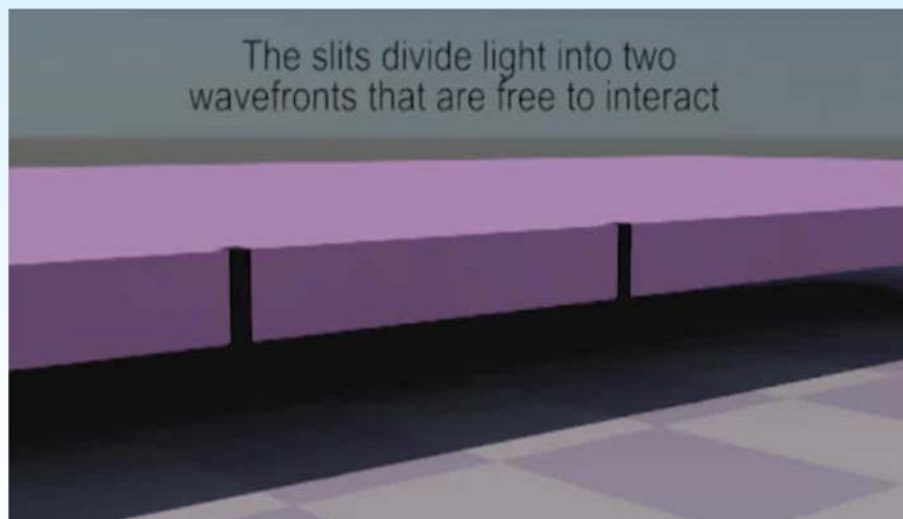
<http://www.opensourcephysics.org/items/detail.cfm?ID=9989>



Interferens



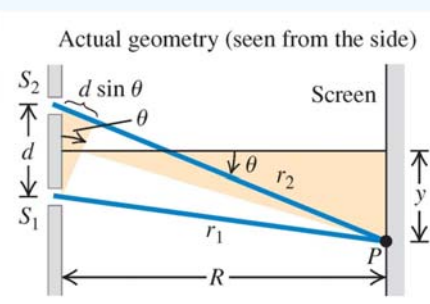
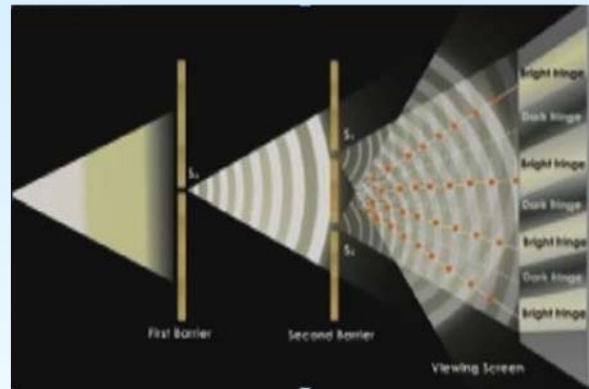
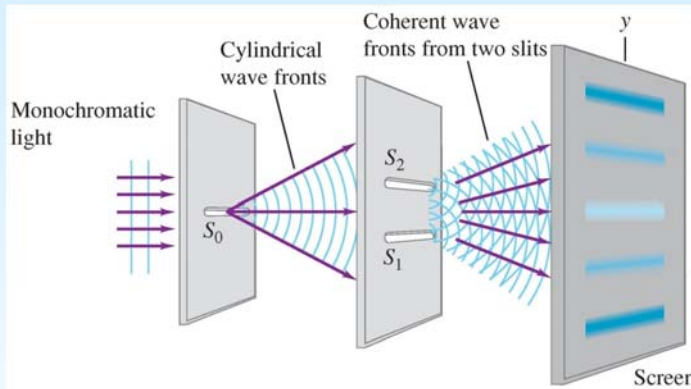
Principen för Youngs dubbelspalt experiment



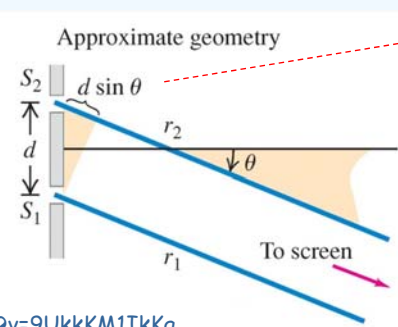
<https://www.youtube.com/watch?v=Kdi4e76UvO8>



Interferens



<https://www.youtube.com/watch?v=9UkkKM1IkKg>



$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$

Konstruktiv
 $d \sin \theta = m \lambda$

Destruktiv
 $d \sin \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda$



Interferens



Mål

Räkna ut var de ljusa banden hamnar på skärmen i ett dubbel spalt experiment.

Givet

Ljusets våglängd λ , avståndet mellan spalterna d och avståndet till skärmen R .

Hur

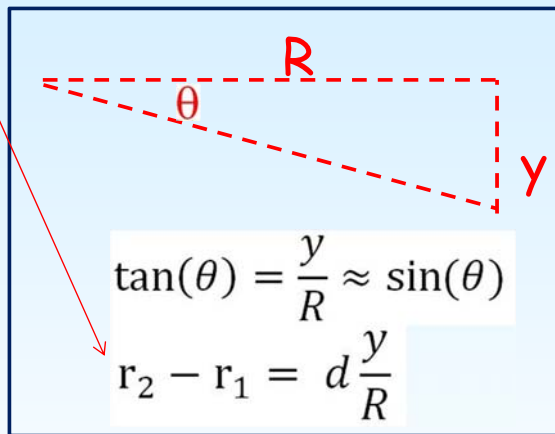
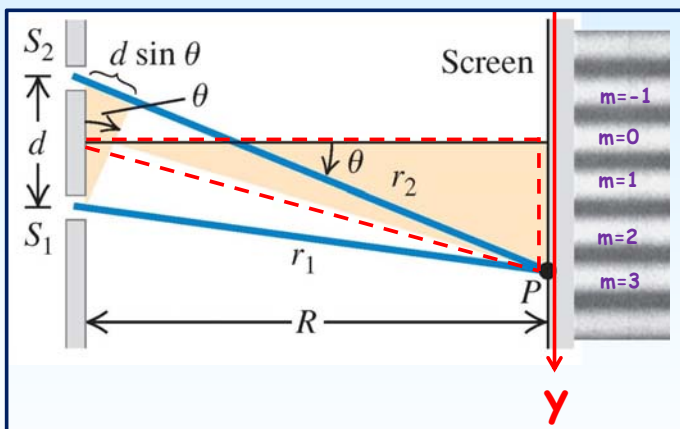
$$r_2 - r_1 = m \lambda + \text{Geometri}$$



Interferens



Geometri: $r_2 - r_1 = d \sin(\theta)$



Konstruktiv interferens:

$$r_2 - r_1 = m \lambda$$

$$y_m = R \frac{m \lambda}{d}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$



Interferens

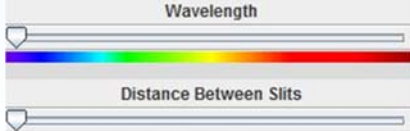


Konstruktiv interferens

$$y_m \approx m \cdot (R \lambda / d)$$

Destruktiv interferens

$$y_m \approx (m + \frac{1}{2}) \cdot (R \lambda / d)$$



<http://www.opensourcephysics.org/items/detail.cfm?ID=10529>



Interferens Problem



Del 2. Problem lösning

4c. Expand $(a+b)^n$

$$(a+b)^n$$

$$= (a + b)^n$$

$$= (a + b)^n$$

$$= (a + b)^n$$

Very funny Bob.

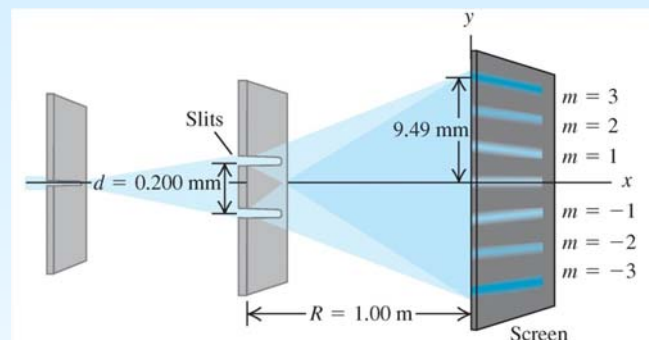


Interferens Problem



$y = 9.49$ mm för linjen med
 $m = 3$

Vad är ljusets våglängd ?



$$y_m = R \frac{m\lambda}{d}$$

$$\lambda = \frac{y_m d}{m R} = \frac{(9.49 \times 10^{-3} \text{ m})(0.200 \times 10^{-3} \text{ m})}{(3)(1.00 \text{ m})}$$

$$= 633 \times 10^{-9} \text{ m} = 633 \text{ nm}$$



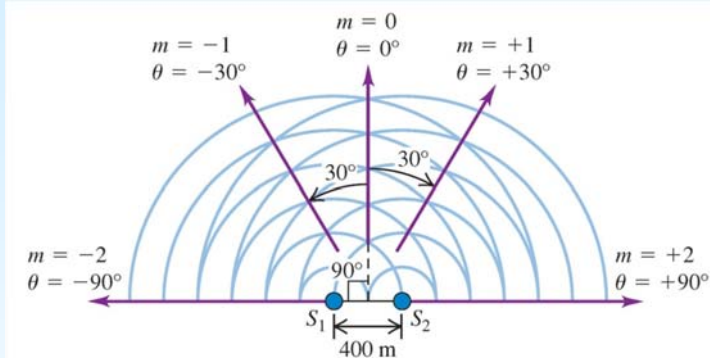
Interferens Problem



Två antenner skickar ut radiovågor med $f = 1500$ kHz.

De sitter 400 m ifrån varandra.

Varför blir intensiteten störst för 0, 30 och 90 grader ?



$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$d = 400 \text{ m}$$

$$\lambda = c/f = 200 \text{ m}$$

$$\sin \theta = \frac{m \lambda}{d} = \frac{m(200 \text{ m})}{400 \text{ m}} = \frac{m}{2}$$

$$\theta = 0, \pm 30^\circ, \pm 90^\circ$$



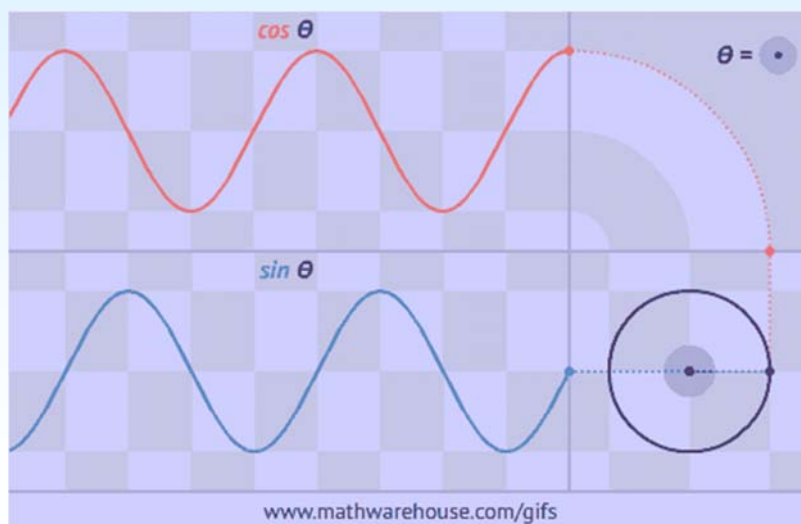
Interferens Fas vektorer



Del 3. Fas vektorer

Cosinus funktion

Sinus funktion



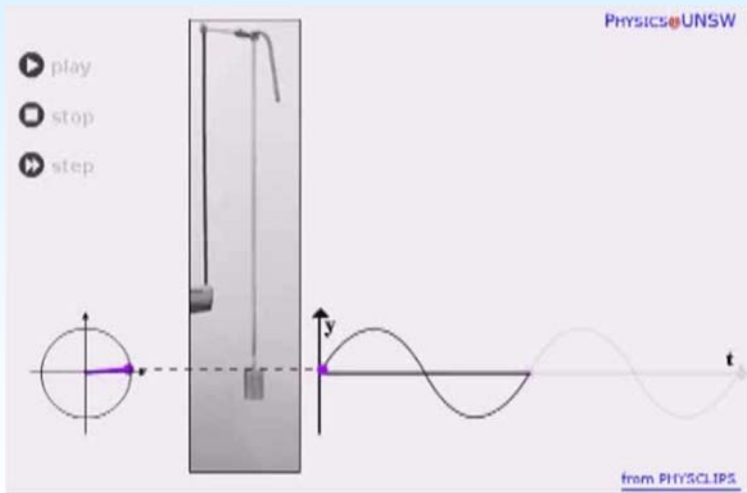
En sinus och cosinus funktion kan beskrivas av x och y värdet av en roterande fas vektor



Interferens Fas vektorer



Fasvektorn för harmonisk svängning



I en harmonisk svängning är vinkeln för fasvektorn = ωt

Det innebär att fasvektorn roterar med en konstant vinkelfrekvens = ω .

Man kan använda antingen x eller y komponenten av fasvektorn för att beskriva svängningen.

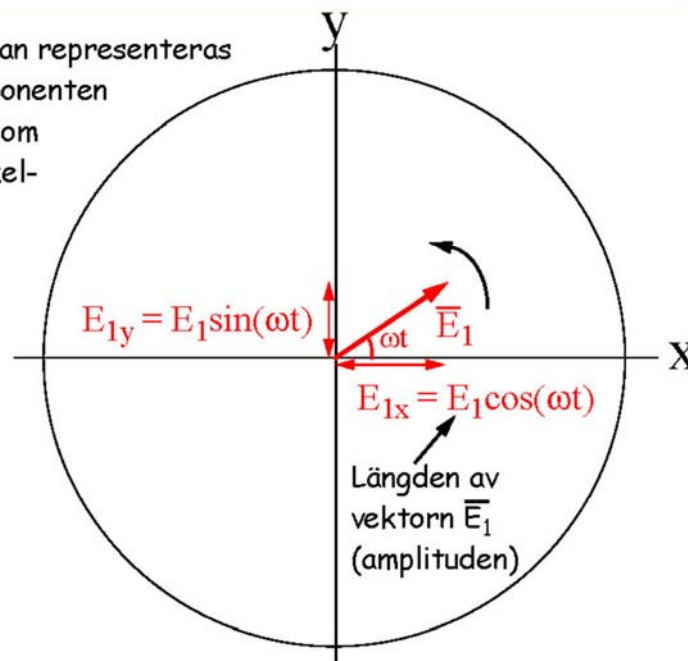
http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/flash/shm_spring1.swf



Interferens Fas vektorer



En vågfunktion kan representeras av x eller y komponenten av en vektor \vec{E}_1 som roterar med vinkelfrekvensen ω .

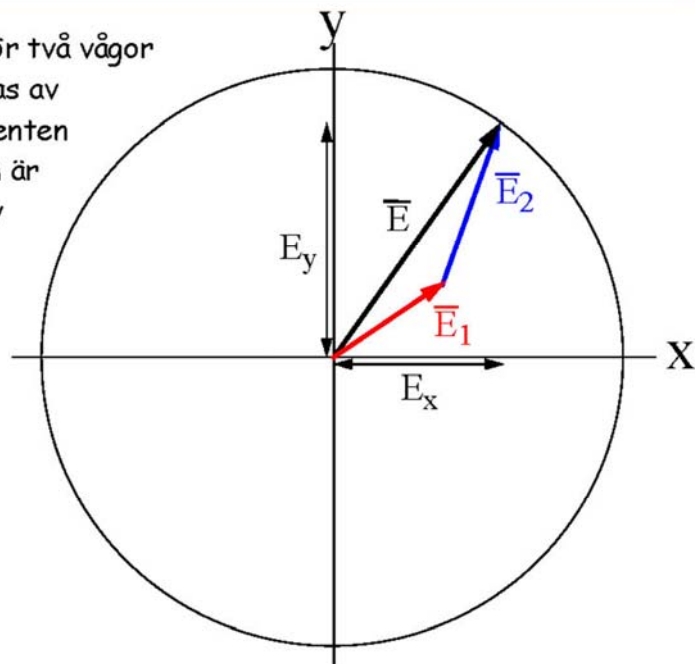




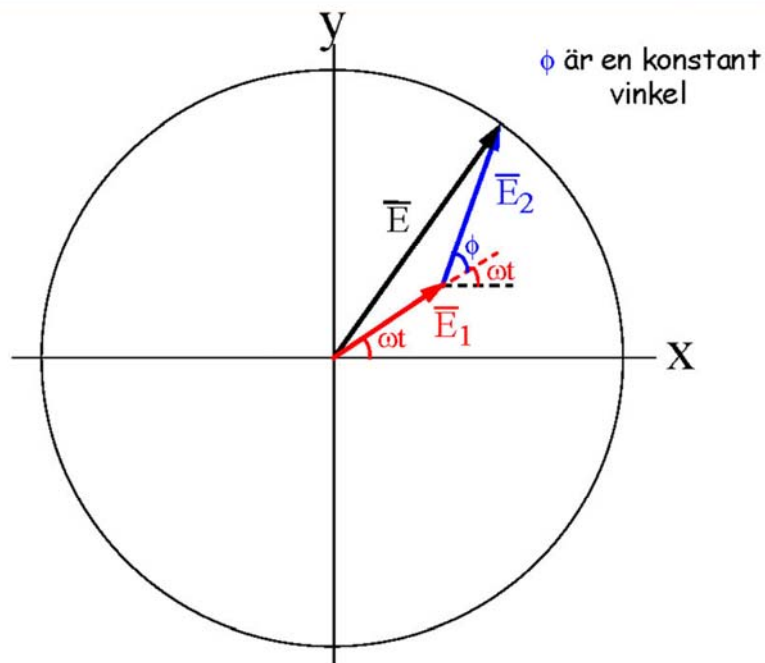
Interferens Fas vektorer



Vågfunktionen för två vågor kan representeras av x eller y komponenten av vektorn \vec{E} som är vektorsumman av \vec{E}_1 och \vec{E}_2 .



Interferens Fas vektorer

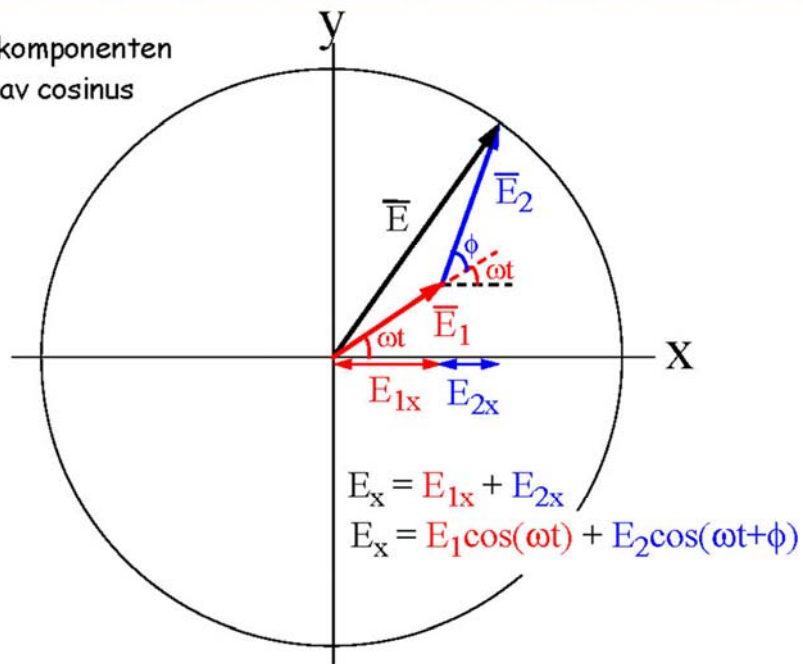




Interferens Fas vektorer



Använder man x komponenten
får man summan av cosinus
funktioner.



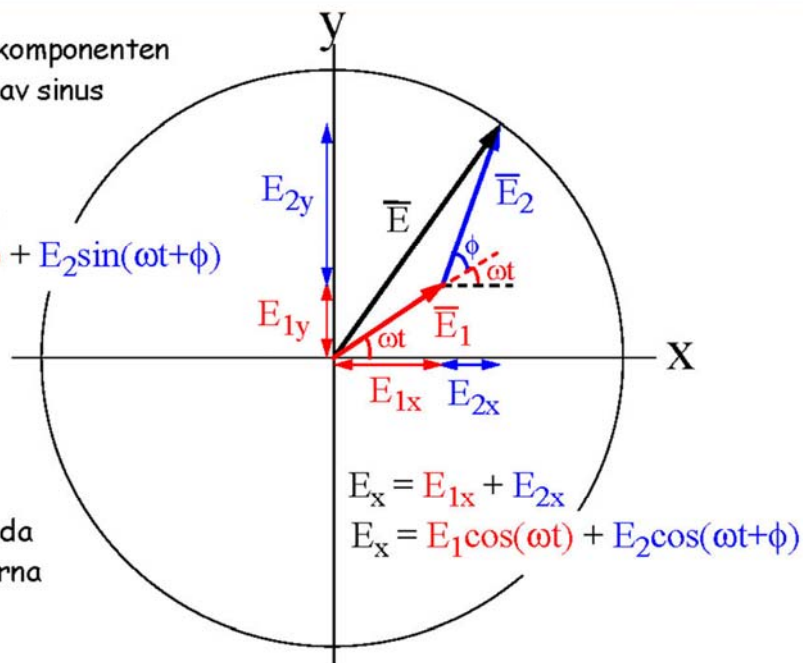
Interferens Fas vektorer



Använder man y komponenten
får man summan av sinus
funktioner.

$$E_y = E_{1y} + E_{2y}$$

$$E_y = E_1 \sin(\omega t) + E_2 \sin(\omega t + \phi)$$



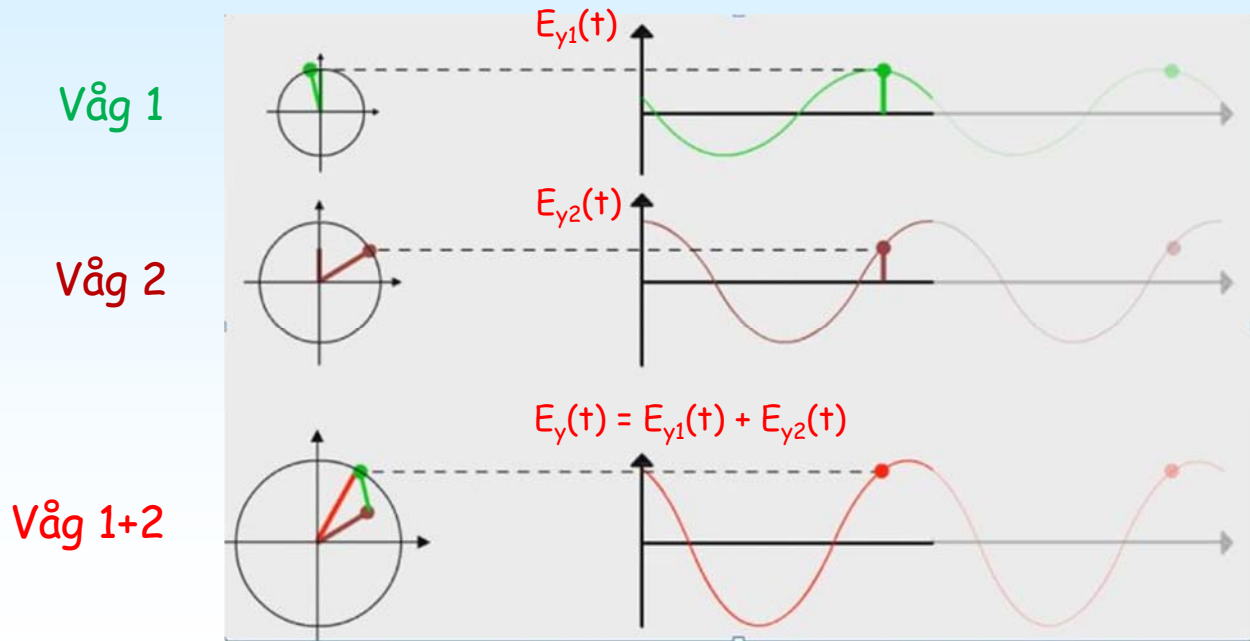
Vad man vill använda
beror på hur vågorna
ser ut för $t = 0$.



Interferens Fas vektorer



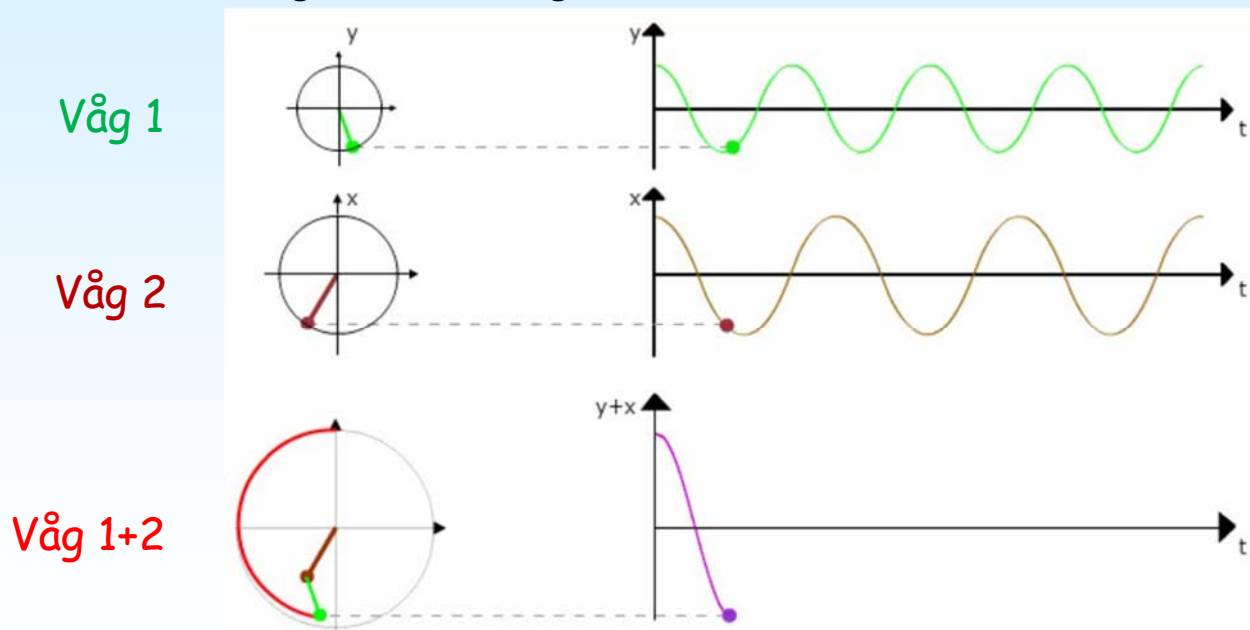
Genom att addera fasvektorer som vektorer kan man få den kombinerade vågen från två vågor med **samma frekvens** som är ur fas



Interferens Fas vektorer



Genom att addera fasvektorer som vektorer kan man få den kombinerade vågen från två vågor med **olika frekvens** men samma fas



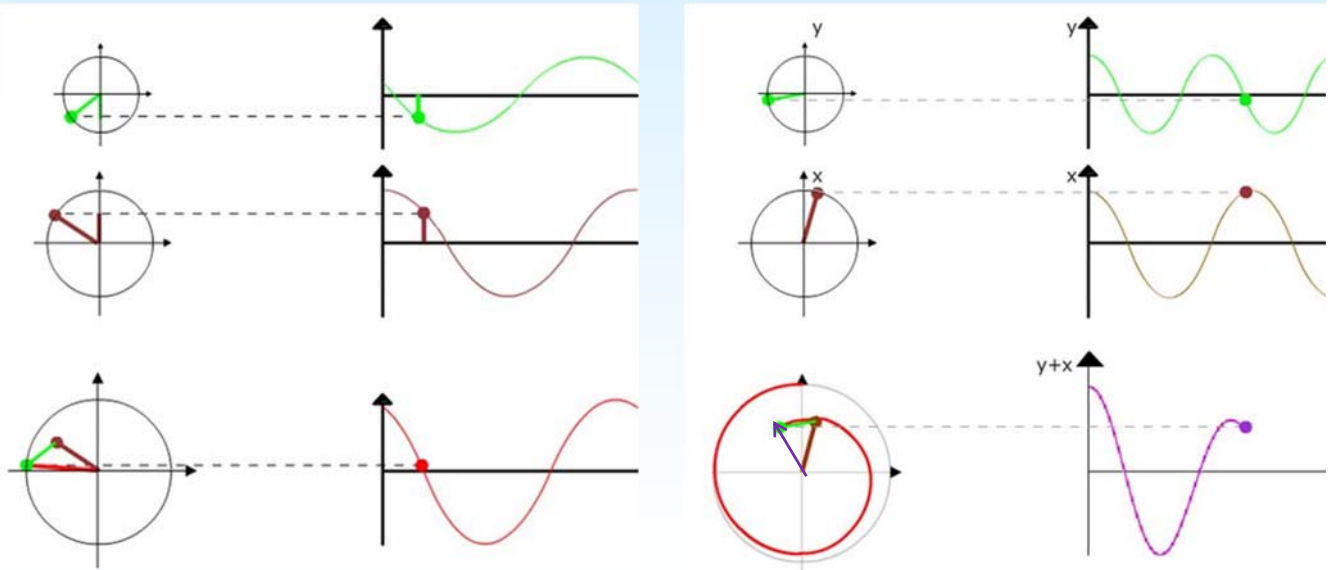


Interferens Fas vektorer



Samma frekvens
Olika fas

Olika frekvens
Samma fas



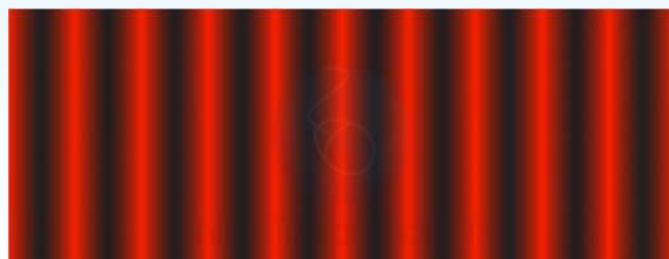
<http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/phasor-addition.html>



Interferens Intensitet



Del 4. Interferens och ljusintensitet





Interferens Intensitet



Effekt per ytenhet:

$$S_x(x, t) = \frac{E_{\max} B_{\max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t)$$

Medelvärdet av $\cos^2(x) = 1/2$

$$E = c B$$

Intensitet = medelvärdet av S

$$I = S_{\text{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

Eliminera μ_0

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\epsilon_0 \mu_0 = 1 / c^2$$

$$\mu_0 = 1 / \epsilon_0 c^2$$

Intensiteten av en elektromagnetisk våg: $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$
där E_{\max} är amplituden av det elektriska fältet



Interferens Intensitet



Strategi för intensitets beräkningen

Uppgift 1:

Beräkna amplituden E_{\max} av det elektriska fältet efter överlagringen av två interfererande vågor genom att använda fasvektorer.

Uppgift 2:

Sätt in den nya E_{\max} i formeln: $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$

Uppgift 3:

Härled ett förhållande mellan intensitet och d , y , λ och R .



Interferens Intensitet



Uppgift 1:

Kombinera två elektriska
fält i en punkt med

1. Samma amplitud - E
2. Samma frekvens - ω
3. Olika fas - ϕ

$$E_1(t) = E \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_2(t) = E \cos \omega t$$

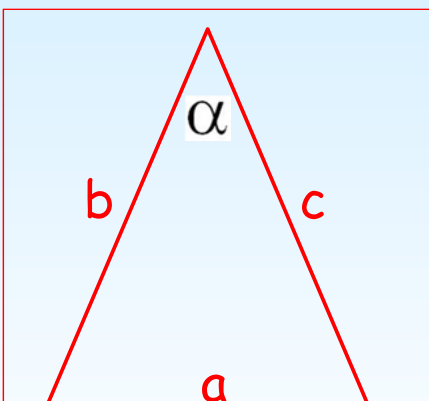
genom att använda fasvektorer !



Interferens Intensitet



Först lite trigonometriska formler



1. Cosinus formeln

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

2. Fasformeln

$$\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$$

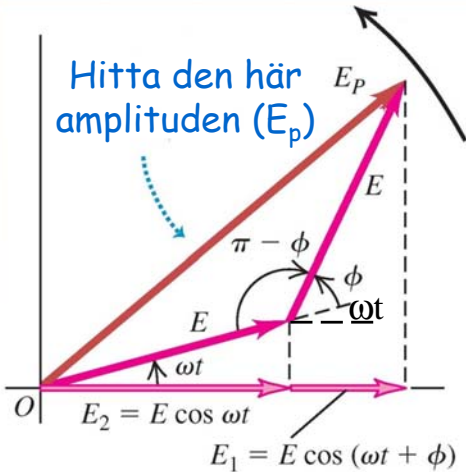
3. Formeln för dubbla vinkeln

$$\cos(2\alpha) = 2 \cos^2(\alpha) - 1$$

$$\cos(\alpha) = 2 \cos^2(\alpha/2) - 1$$



Interferens Intensitet



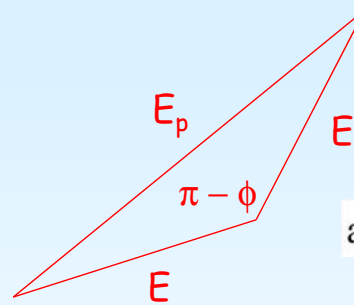
Den totala vågen beskrivs av projektionerna på x-axeln:

$$E_1(t) = E \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_2(t) = E \cos \omega t$$

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t)$$

Steg 1



1. Cosinus formeln

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$E_p^2 = E^2 + E^2 - 2E^2 \cos(\pi - \phi)$$

2. Fasformeln

$$\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$$

$$E_p^2 = E^2 + E^2 + 2E^2 \cos \phi$$

$$E_p^2 = 2E^2 (1 + \cos(\phi))$$

Steg 2



Interferens Intensitet



Steg 2 $E_p^2 = 2E^2 (1 + \cos(\phi))$

3. Formeln för dubbla vinkeln

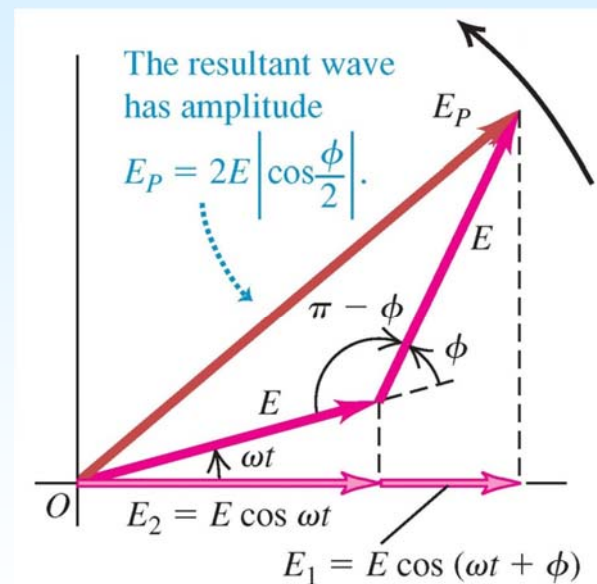
$$\cos(\alpha) = 2 \cos^2(\alpha/2) - 1$$

Steg 3

$$E_p^2 = 2E^2 (1 + 2\cos^2(\phi/2) - 1)$$

$$E_p^2 = 4E^2 \cos^2(\phi/2)$$

$$E_p = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$





Interferens Intensitet



Strategi

Uppgift 1:

Beräkna **amplituden** $E_{\max} = E_p$ av det elektriska fältet efter överlagringen av två interfererande vågor genom att använda **fasvektorer**.

$$E_p = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

Uppgift 2:

Sätt in den nya E_{\max} i **formeln**: $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$

Uppgift 3:

Härled ett förhållande mellan **intensitet och d, y, λ och R**.



Interferens Intensitet



Intensiteten av ljuset (I) är proportionell mot kvadraten på amplituden av det totala elektriska fältet (E_p):



$$I \sim E_p^2$$

Amplitud av två vågor efter interferens:

$$E_p = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

Intensitet av två vågor efter interferens:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_p^2 = 2 \epsilon_0 c E^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

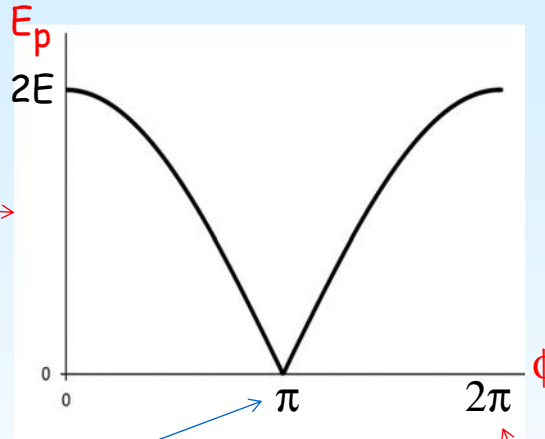
$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad \text{där } I_0 = 2 \epsilon_0 c E^2 \text{ är maximum av intensiteten.}$$



Interferens Intensitet



$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$



Destruktiv interferens inträffar när fas skillnaden är π

Konstruktiv interferens inträffar när fasskillnaden är 2π

Konstruktiv interferens:	Vägskillnaden = $m\lambda$	Fasskillnaden = $m2\pi$	$m = 0, 1, 2, \dots$
Destruktiv interferens:	Vägskillnaden = $(m + \frac{1}{2})\lambda$	Fasskillnaden = $(m + \frac{1}{2})2\pi$	$m = 0, 1, 2, \dots$



Interferens Intensitet



Strategi

Uppgift 1:

Beräkna **amplituden** E_{\max} av det elektriska fältet efter överlagringen av två interfererande vågor genom att använda **fasvektorer**.

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

Uppgift 2:

Sätt in den nya E_{\max} i **formeln**:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

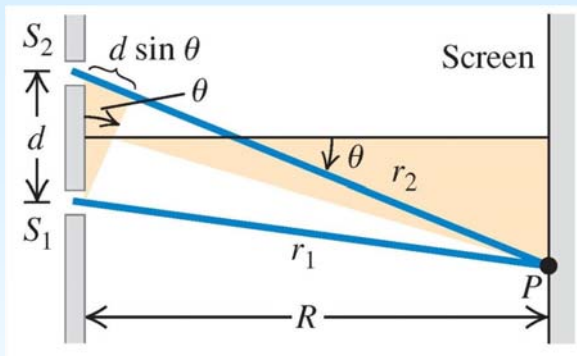
$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

Uppgift 3:

Härled ett förhållande mellan **intensitet** och d, y, λ och R .



Interferens Intensitet



En vägskillnad av en våglängd motsvarar en fasskillnad på 2π

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

Väg skillnaden
 $r_2 - r_1 = d \sin \theta$

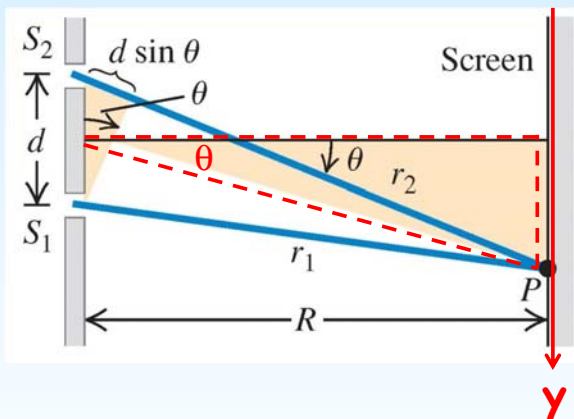
$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$



Interferens Intensitet



Introducera y i formeln



$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

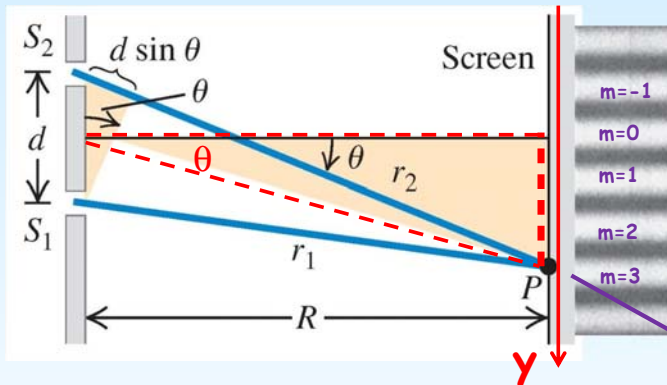
$\tan(\theta) = y / R \approx \sin(\theta)$

litet θ

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$



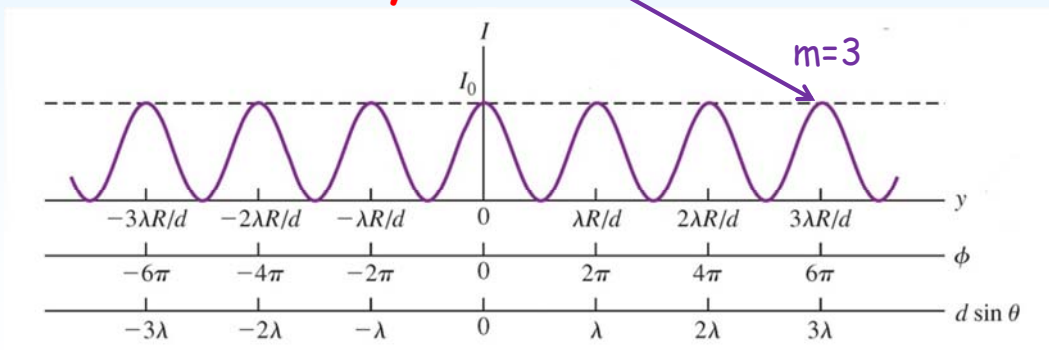
Interferens Intensitet



$$\phi \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$

Intensitet:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda R} \right)$$



Interferens Intensitet



Strategi

Uppgift 1:

Beräkna **amplituden** E_{\max} av det elektriska fältet efter överlagringen av två interfererande vågor genom att använda **fasvektoren**.

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

Uppgift 2:

Sätt in den nya E_{\max} i **formeln**:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

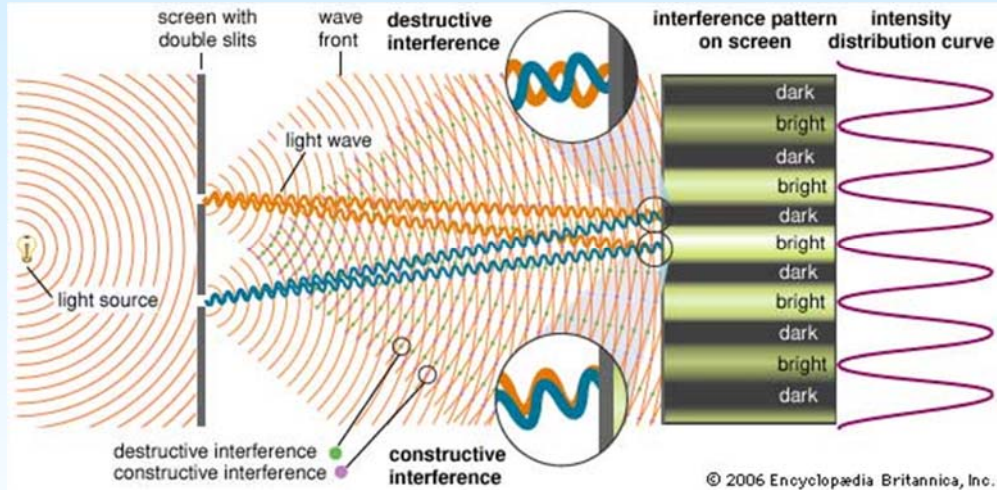
Uppgift 3:

Härled ett förhållande mellan **intensitet** d , y , λ och R .

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda R} \right)$$



Interferens Intensitet



© 2006 Encyclopædia Britannica, Inc.

Konstruktiv interferens:

$$r_2 - r_1 = d \sin(\theta) = m \lambda$$

$$y_m \approx m \cdot (R \lambda / d)$$

Intensitet

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

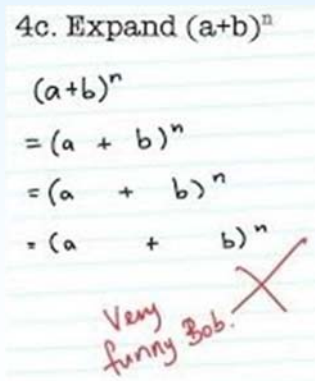
$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi d y}{\lambda R}$$



Interferens Problem



Del 5. Problem lösning



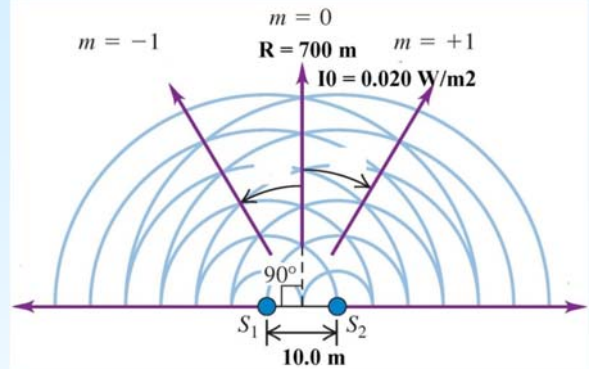


Interferens Problem

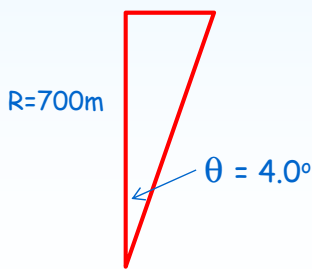


Två antenner skickar ut radiovågor med $f = 60.0$ MHz. De sitter 10.0 m ifrån varandra. Intensiteten är 0.020 W/m² på ett avstånd av 700 m för $m = 0$.

Vad blir intensiteten på avståndet 700 m för $\theta = 4.00^\circ$?



$$y = 700 \tan(4.0^\circ) = 48.9 \text{ m}$$



$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d y}{\lambda R} \right)$$

$$\lambda = c/f = 5.00 \text{ m}$$

$$d = 10.0 \text{ m}$$

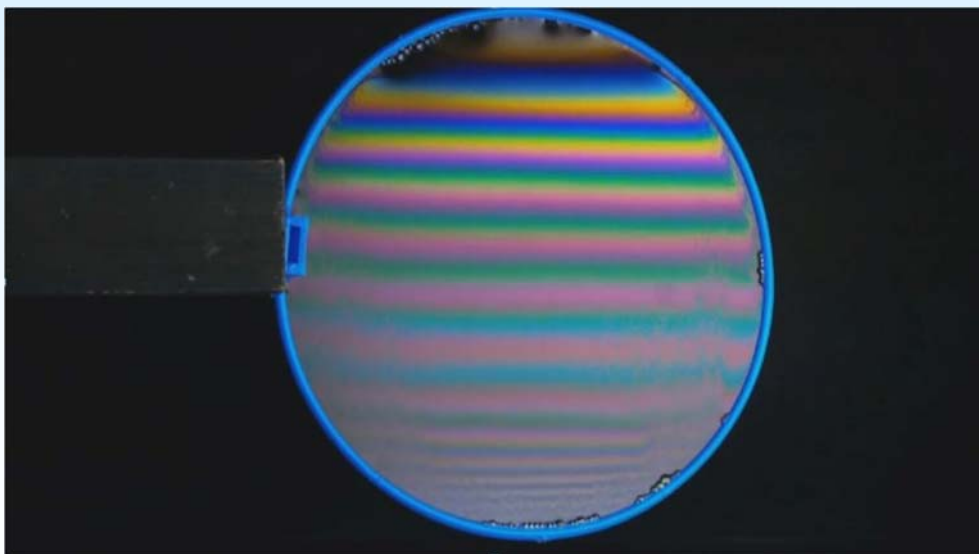
$$I = 0.020 \cos^2 \left(\frac{\pi \cdot 10.0 \cdot 48.9}{5.00 \cdot 700} \right) = 0.016 \text{ W/m}^2$$



Interferens Tunnsfilmsinterferens



Del 6. Tunnsfilms interferens



<https://www.youtube.com/watch?v=4I34jA1fDp>



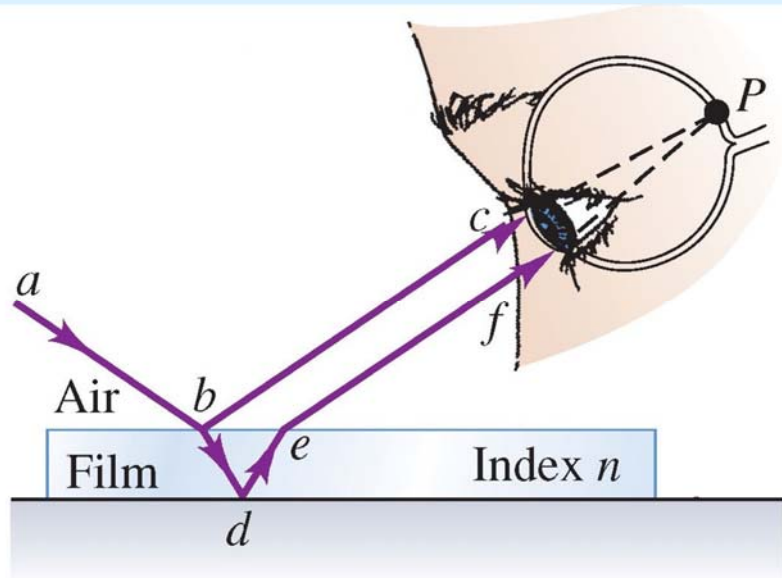
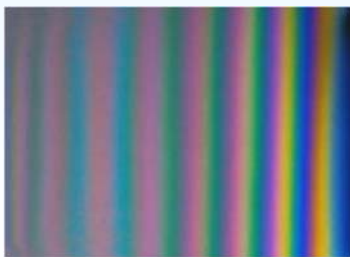
Interferens

Tunnsfilmsinterferens



Olika färger har olika våglängder så vissa kommer att interferera konstruktivt och andra destruktivt.

Detta skapar färg band.



Två reflektioner skapar interference



Interferens

Tunnsfilmsinterferens

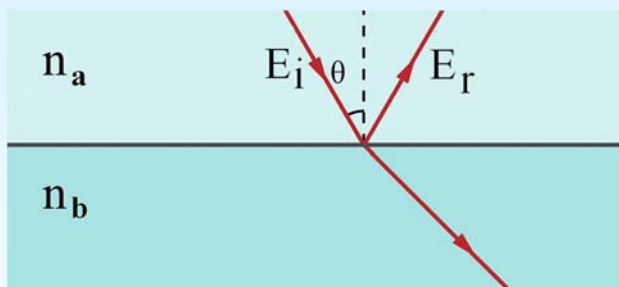


Reflektioner

Reflekterad våg Amplitud

Inkommande våg Amplitud

$$E_r = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b} E_i \quad \text{för } \theta = 0$$



Positiv om $n_a > n_b$ \Rightarrow Ingen fas skillnad

Negativ om $n_b > n_a$ \Rightarrow Fas skillnad = π



Interferens

Tunnsfilmsinterferens



$n_b < n_a$
Fas skillnad = 0

Efter en reflektion med **en fasförskjutning** ($n_b > n_a$) gäller följande:

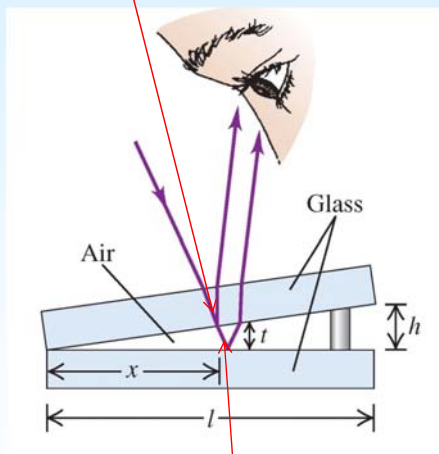
Konstruktiva reflektioner:

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Destruktiva reflektioner:

$$2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Detta är motsatsen till vad vi normalt har utan en fasförskjutning (eller efter två fasförskjutningar).

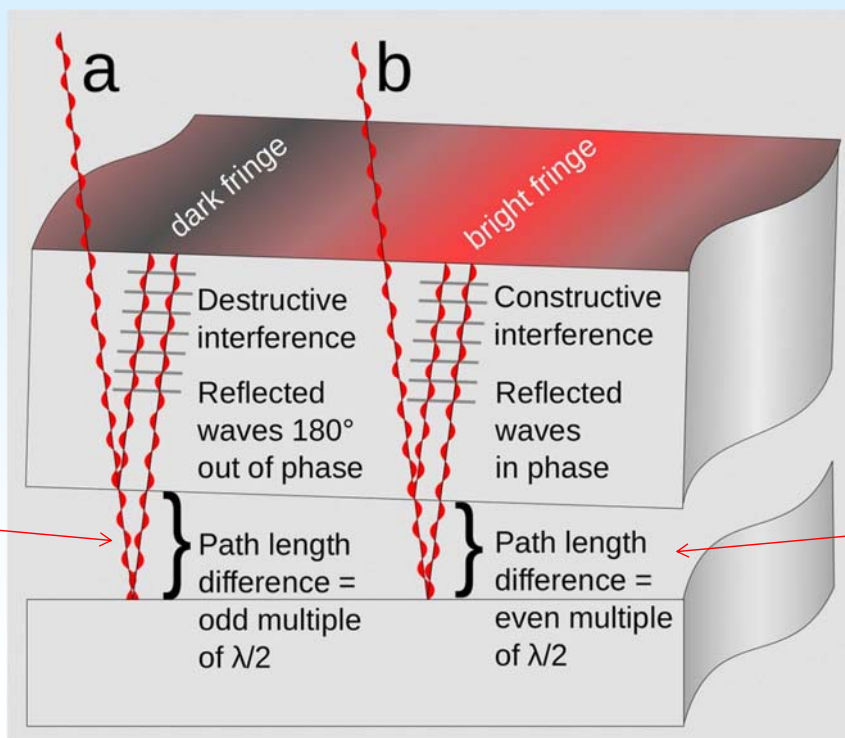


$n_b > n_a$
Fas skillnad = π



Interferens

Tunnsfilmsinterferens



Udda antal $\lambda/2$
➔
Mörkt band

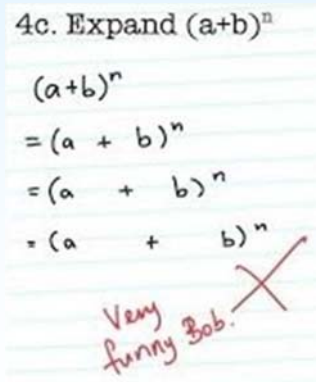
Jämnt antal $\lambda/2$
➔
Ljust band



Interferens Problem



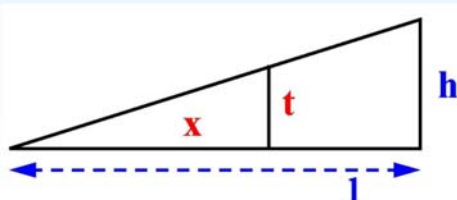
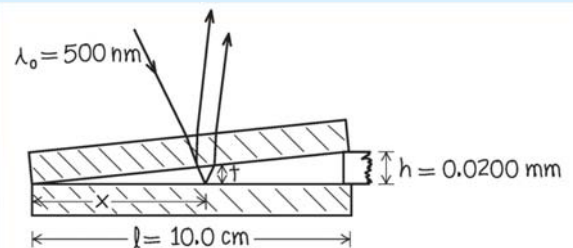
Del 7. Problem lösning



Interferens Problem



Två tunna 10.0 cm långa glasplattor är separerade i ena änden av ett papper som är 0.02 mm tjockt. Ljus med våglängden 500 nm skapar mörka interferenslinjer. Vad blir avståndet mellan linjerna?



$$\frac{t}{x} = \frac{h}{l}$$

$$2t = \frac{2xh}{l}$$

Destructive reflektioner: $2t = m\lambda$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)

$$\frac{2xh}{l} = m\lambda_0$$

$$x = m \frac{l\lambda_0}{2h} = m \frac{(0.100 \text{ m})(500 \times 10^{-9} \text{ m})}{(2)(0.0200 \times 10^{-3} \text{ m})} = m(1.25 \text{ mm})$$

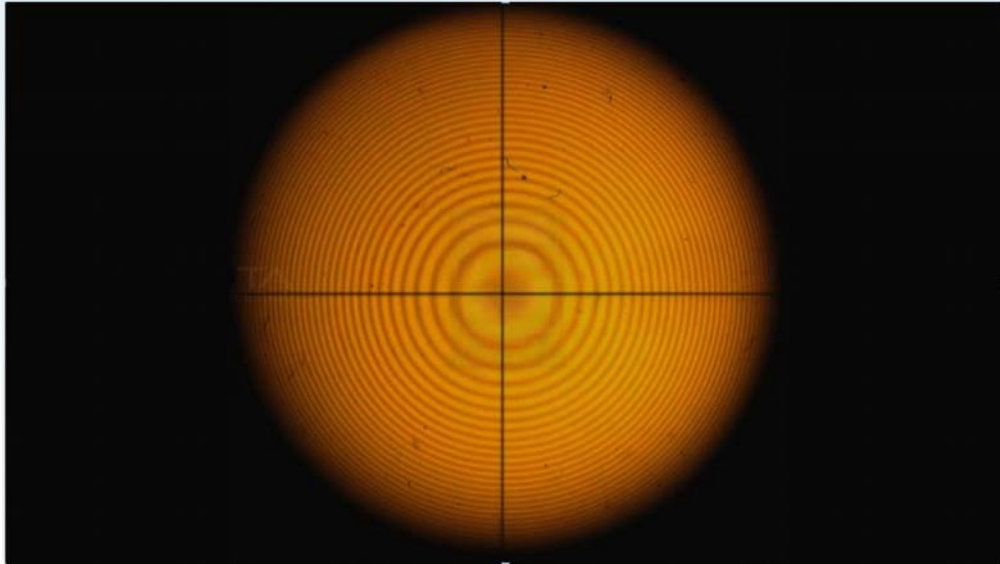
Successive dark fringes, corresponding to $m = 1, 2, 3, \dots$, are spaced 1.25 mm apart.



Interferens Newtons ringar



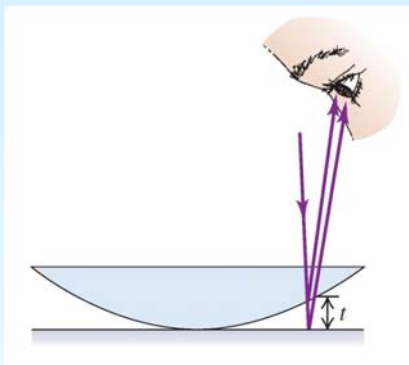
Del 8. Newtons ringar



<https://www.youtube.com/watch?v=PU-ScNfIRcs>

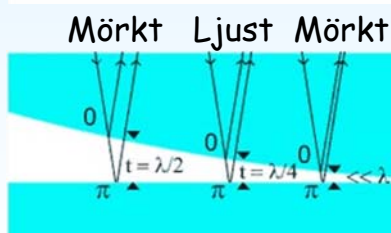


Interferens Newtons ringar



Newtons ringar kan användas för att studera ytan av linser till en mycket hög precision.

Mellan varje mörk ring har avståndet (t) förändrats med en halv våglängd.



Destruktiva reflektioner: $2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$ $\Rightarrow t = m \frac{\lambda}{2}$



Interferens

Icke-reflekterande beläggning



Del 9. Icke-reflekterande beläggning



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

53



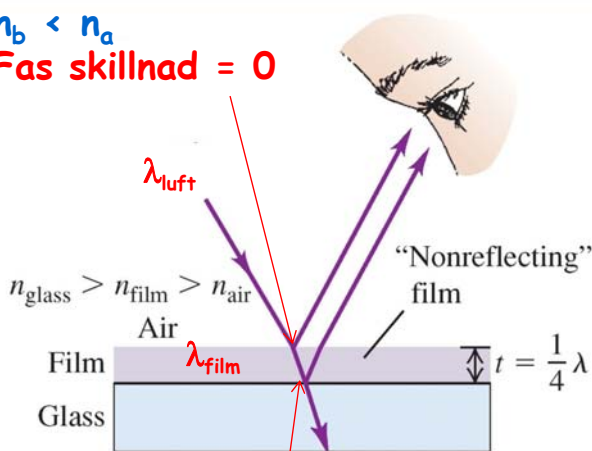
Interferens

Icke-reflekterande beläggning



Icke-reflekterande film

$n_b < n_a$
Fas skillnad = 0



Destruktiv reflektion:

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Film tjocklek: $t = \lambda_{\text{film}} / 4$
Film brytningsindex: $n_{\text{film}} < n_{\text{glas}}$



Destruktiv interferens = inga reflektioner

$n_b < n_a$
Fas skillnad = 0

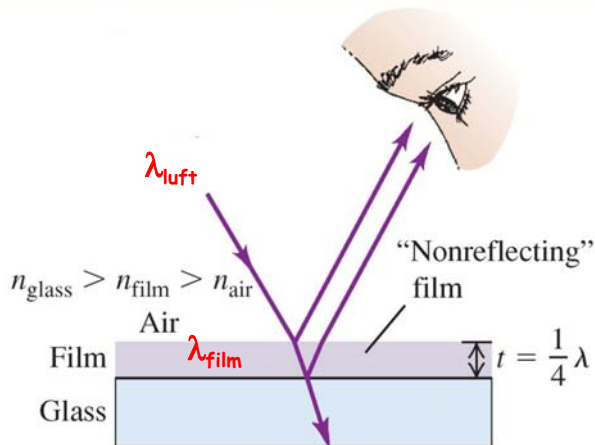
Vincent Hedberg - Lunds Universitet

54



Interferens

Icke-reflekterande beläggning



Våglängden i filmen måste alltså vara en fjärdedel av filmtjockleken:

$$t = \lambda_{\text{film}} / 4$$

Detta är inte samma våglängd som det inkommande ljusets, men den kan lätt beräknas:

$$\lambda = v / f \quad \text{för } n > 1$$

$$\lambda_0 = c / f \quad \text{för } n = 1$$



$$n = c / v = f \lambda_0 / f \lambda = \lambda_0 / \lambda$$



$$\lambda_{\text{film}} = \lambda_{\text{luft}} / n_{\text{film}}$$

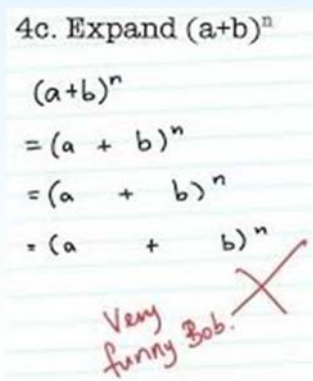


Interferens

Problem



Del 10. Problem lösning





Interferens Problem



Ett tunt lager av MgF_2 med $n=1.38$ stoppas på glas med $n = 1.52$ för att stoppa reflektionen av ljus med våglängden 550 nm.

Hur tjockt behöver MgF_2 skiktet vara ?

$$\lambda_{\text{film}} = \lambda_{\text{luft}} / n_{\text{film}} = 550 \text{ nm} / 1.38 = 400 \text{ nm}$$

$$\text{Film tjocklek: } t = \lambda_{\text{film}} / 4 = 400 / 4 = 100 \text{ nm}$$



Interferens DVD spelare



Del 11. DVD spelare



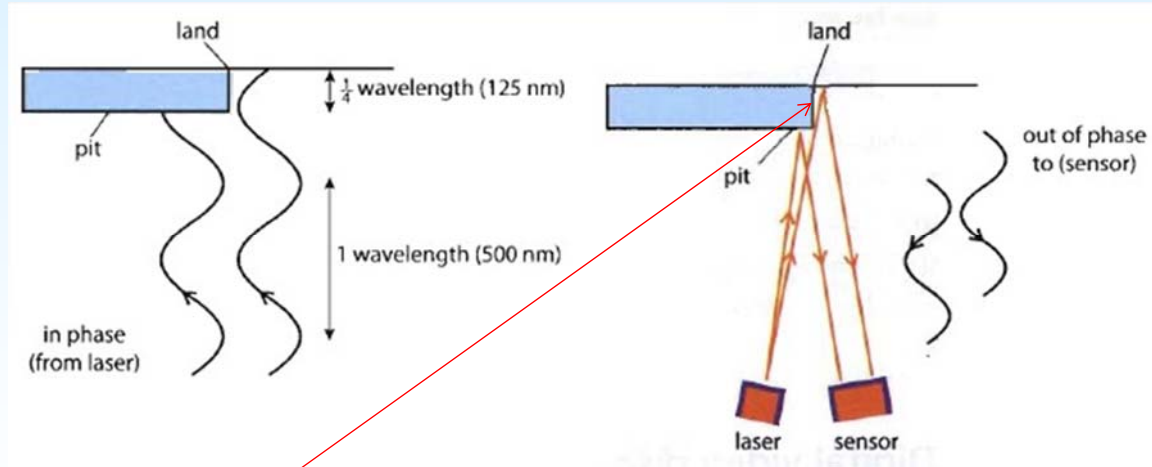
<https://www.youtube.com/watch?v=vGXFFNQqNk>



Interferens DVD spelare



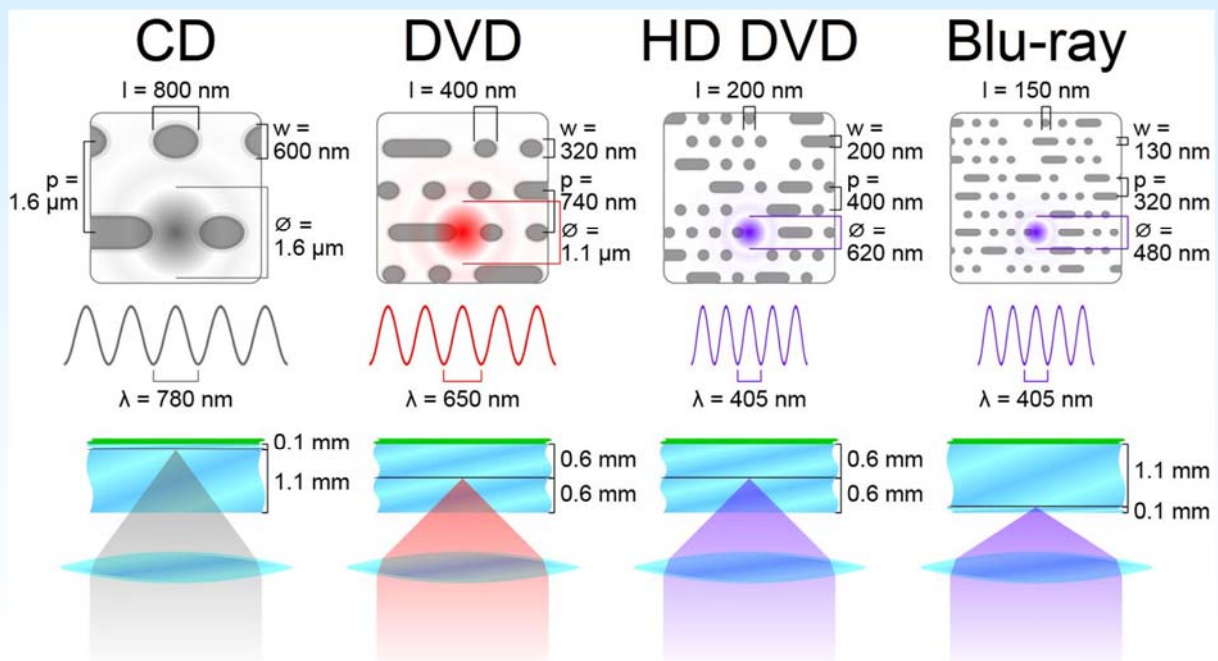
Principen för en DVD-spelare:
destruktiv interferens



Vid en kant får man destruktive interference = 1
Överallt annars bara reflektion = 0

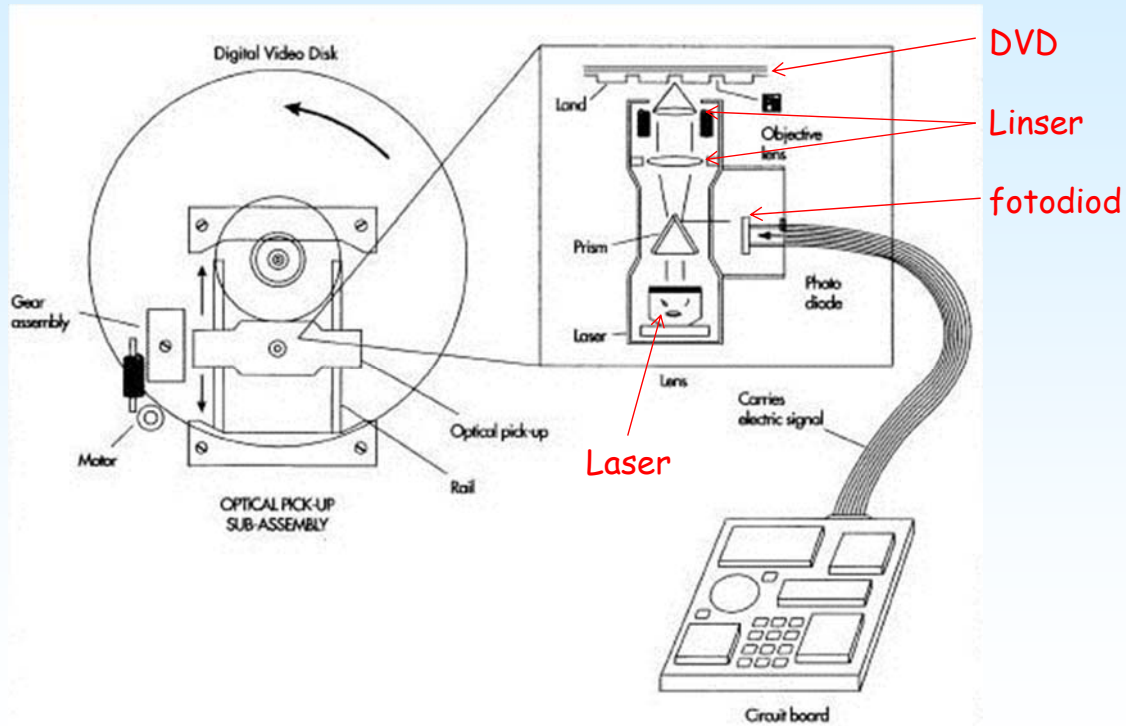


Interferens DVD spelare





Interferens DVD spelare



Interferens Michelsons interferometer



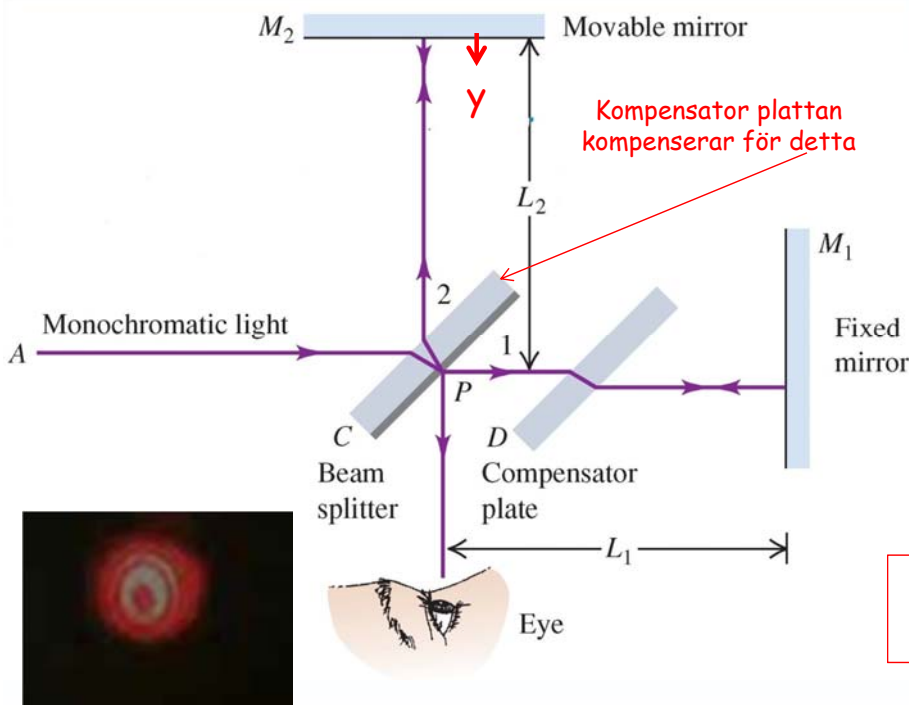
Del 12. Michelsons interferometer





Interferens

Michelsons interferometer



Observatören ser ett **interferensmönster** med ringar.

Ringarna i mönstret kommer att **röra sig** när spegeln flyttas.

Antalet ringar (m) som passerar förbi kan användas för att **beräkna y eller λ**

$$y = m \frac{\lambda}{2} \quad \lambda = \frac{2y}{m}$$



Interferens

Michelsons interferometer



<https://www.youtube.com/watch?v=j-u3IEgcTiQ>