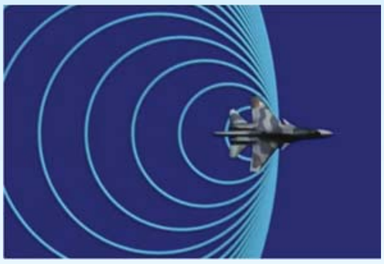
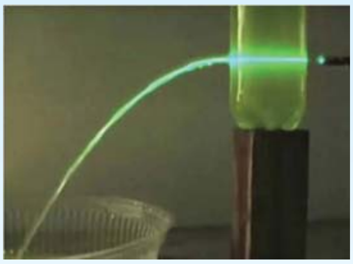
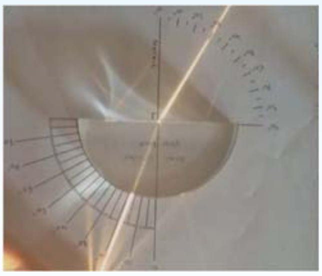
Vågrörelselära och optik



Kapitel 14 – Harmonisk oscillator

Harmonic oscillation Problem

En ultraljuds apparat använder ljud med frekvensen 6.7×10^6 Hz.

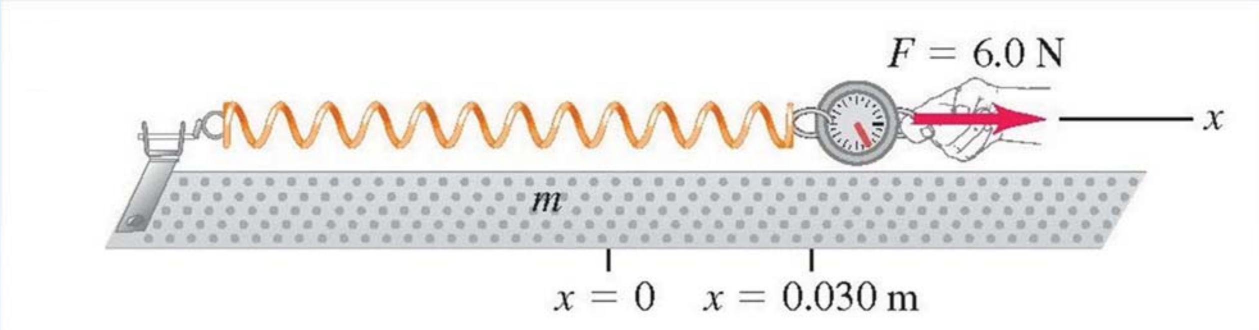
Hur lång tid tar varje svängning och vilken vinkelfrekvens motsvarar detta ?

$$f = 1/T$$
$$\omega = 2\pi f$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{6.7 \times 10^6 \text{ Hz}} = 1.5 \times 10^{-7} \text{ s} = 0.15\ \mu\text{s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(6.7 \times 10^6 \text{ Hz})$$
$$= (2\pi \text{ rad/cycle})(6.7 \times 10^6 \text{ cycle/s})$$
$$= 4.2 \times 10^7 \text{ rad/s}$$

Harmonisk Svängning
Problem



Vad är fjäderkonstanten ?

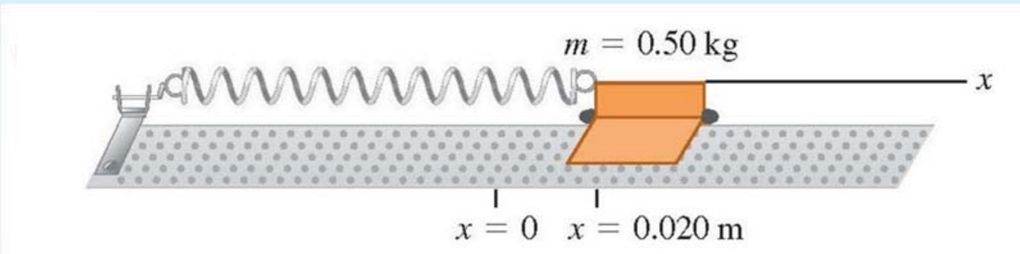
Hooke's law for a spring

$$\boxed{F = -kX}$$

$$k = -\frac{F_x}{x} = -\frac{-6.0\ \text{N}}{0.030\ \text{m}} = 200\ \text{N/m} = 200\ \text{kg/s}^2$$

Harmonisk Svängning
Problem

k = 200 kg/s^2



Massan drages tillbaka 2 cm och släpps.

Vad blir vinkelfrekvensen, frekvensen och perioden av svängningarna ?

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} = \sqrt{\frac{200\ \text{kg/s}^2}{0.50\ \text{kg}}} = 20\ \text{rad/s}$$

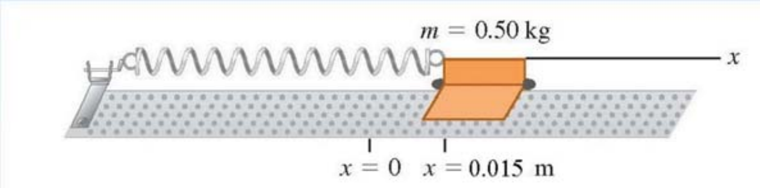
$$\boxed{\omega = 2\pi f} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\ \text{rad/s}}{2\pi\ \text{rad/cycle}} = 3.2\ \text{cycle/s} = 3.2\ \text{Hz}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{f}} = \frac{1}{3.2\ \text{cycle/s}} = 0.31\ \text{s}$$

Harmonisk Svängning Problem

k = 200 kg/s^2

ω = 20 rad/s



$t = 0$

$x_0 = 0.015$ m

$v_0 = +0.40$ m/s

Vad är amplituden och fasvinkeln ?

$$\boxed{x = A\cos(\omega t+\phi)} \longrightarrow x_{max} = A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t+\phi) \longrightarrow v_{max} = \omega A$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t+\phi) \longrightarrow a_{max} = \omega^2 A$$

$t = 0$

$$x_0 = A\cos\phi$$

$$v_{0x} = -\omega A\sin\phi$$

$$\frac{v_{0x}}{x_0} = \frac{-\omega A\sin\phi}{A\cos\phi} = -\omega\tan\phi$$

$$\phi = \arctan\left(-\frac{v_{0x}}{\omega x_0}\right) = \arctan\left(-\frac{0.40\ \mathrm{m/s}}{(20\ \mathrm{rad/s})(0.015\ \mathrm{m})}\right) = -53^\circ = -0.93\ \mathrm{rad}$$

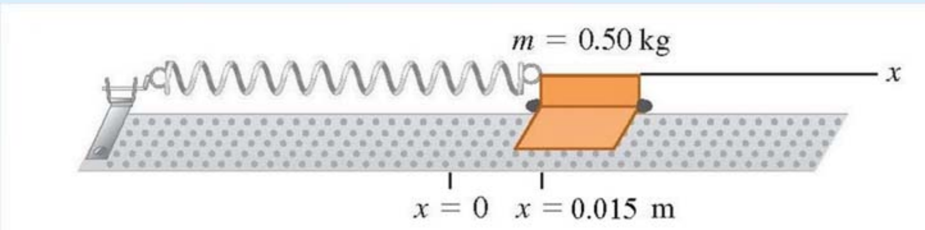
$A = x_0 / \cos\phi = 0.015 / \cos(-0.93) = 0.025$ m

Harmonisk Svängning Problem

ω = 20 rad/s

ϕ = -0.93 rad

A = 0.025 m



Vad är ekvationerna för läget, hastigheten och accelerationen ?

$$\boxed{x = A\cos(\omega t+\phi)} \longrightarrow x_{max} = A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t+\phi) \longrightarrow v_{max} = \omega A$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t+\phi) \longrightarrow a_{max} = \omega^2 A$$

$$x = (0.025\ \mathrm{m})\cos[(20\ \mathrm{rad/s})t - 0.93\ \mathrm{rad}]$$

$$v_x = -(0.50\ \mathrm{m/s})\sin[(20\ \mathrm{rad/s})t - 0.93\ \mathrm{rad}]$$

$$a_x = -(10\ \mathrm{m/s^2})\cos[(20\ \mathrm{rad/s})t - 0.93\ \mathrm{rad}]$$

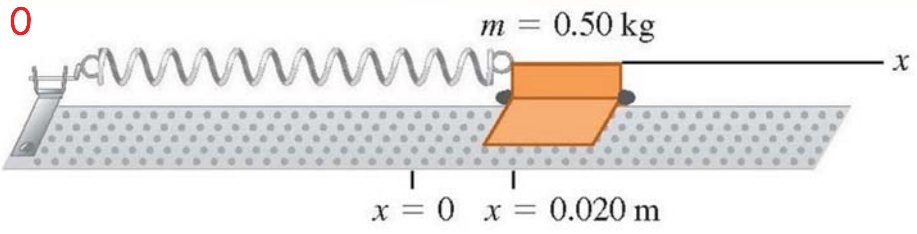
Harmonisk Svängning
Problem

$A = 0.020$ m

$k = 200$ N/m

$m = 0.50$ kg

t = 0



Vad är v_{max}, a_{max} och ω ?

$$\boxed{x = A\cos(\omega t+\phi)} \longrightarrow x_{max} = A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t+\phi) \longrightarrow v_{max} = \omega A$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t+\phi) \longrightarrow a_{max} = \omega^2 A$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} = \sqrt{\frac{200\ \text{kg/s}^2}{0.50\ \text{kg}}} = 20\ \text{rad/s}$$

$$v_{max} = 20 \cdot 0.020 = 0.40\ \text{m/s}$$

$$a_{max} = 20 \cdot 20 \cdot 0.020 = 8\ \text{m/s}^2$$

Harmonisk Svängning
Problem

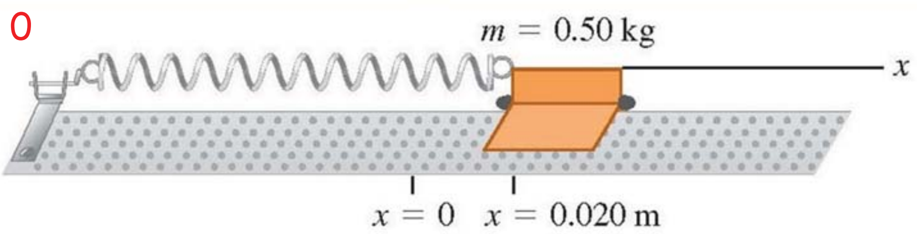
$A = 0.020$ m

$k = 200$ N/m

$m = 0.50$ kg

$\omega = 20$ rad/s

t = 0



Vad är fasvinkeln ?

$$\boxed{x = A\cos(\omega t+\phi)} \longrightarrow x_{max} = A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t+\phi) \longrightarrow v_{max} = \omega A$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t+\phi) \longrightarrow a_{max} = \omega^2 A$$

Getting the phase angle:

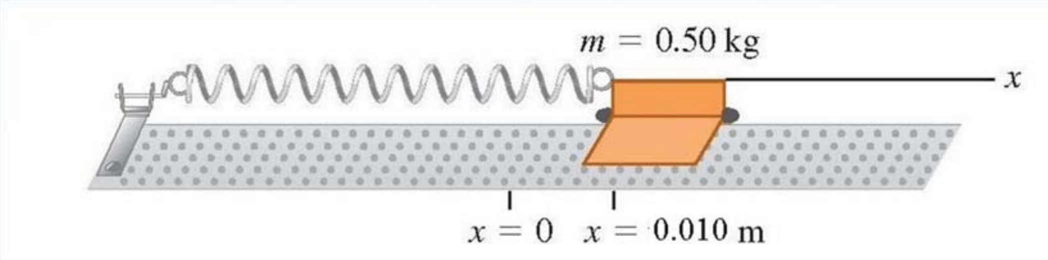
$x = A$ when $t = 0$

$A = A\cos(0 + \phi)$

$\phi = 0$

Harmonisk Svängning
Problem

A = 0.020 m
k = 200 N/m
m = 0.50 kg
ω = 20 rad/s
$\phi = 0$



Vad är v och a när x är halvvägs in från det maximala läget ?

$\boxed{x = A\cos(\omega t)} \longrightarrow x_{max} = A$

$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t) \longrightarrow v_{max} = \omega A$

$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t) \longrightarrow a_{max} = \omega^2 A$

$x = A\cos(\omega t)$

$0.010 = 0.020\cos(20t)$

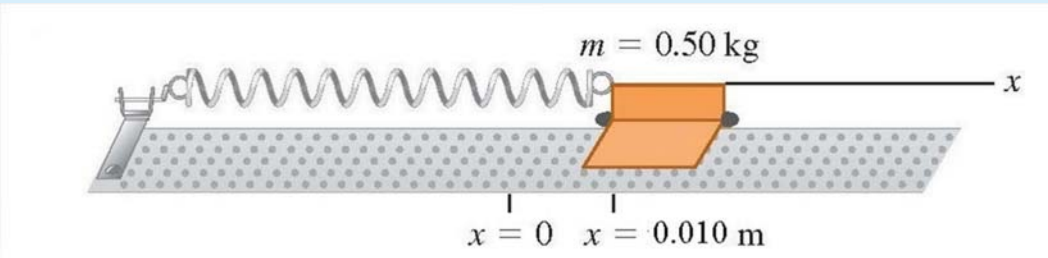
$\omega t = 20t = \text{acos}(0.010/0.020) = 1.047$ rad

$v = -20 \cdot 0.020 \sin(1.047) = -0.35$ m/s

$a = -20^2 \cdot 0.020 \cos(1.047) = -4.0$ m/s^2

Harmonisk Svängning
Problem

A = 0.020 m
k = 200 N/m
m = 0.50 kg
ω = 20 rad/s
$\phi = 0$
$x = 0.010$ m
$v = -0.35$ m/s



Vad är den kinetiska, potentiella och totala energin ?

Kinetisk energi: $E_k = \frac{mv^2}{2}$ där $v = -\omega A\sin(\omega t)$

Potentiell energi: $E_p = \frac{kx^2}{2}$ där $x = A\cos(\omega t)$

Total energi: $E_t = E_k + E_p = \frac{kA^2}{2}$ (ty $E_k = 0$ för $x = A$)

$$Ep = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}(200\ \text{N/m})(0.010\ \text{m})^2 = 0.010\ \text{J}$$

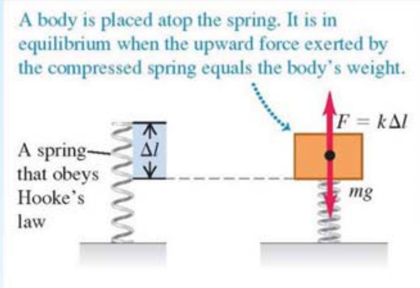
$$Ek = \tfrac{1}{2}mv_x^2 = \tfrac{1}{2}(0.50\ \text{kg})(-0.35\ \text{m/s})^2 = 0.030\ \text{J}$$

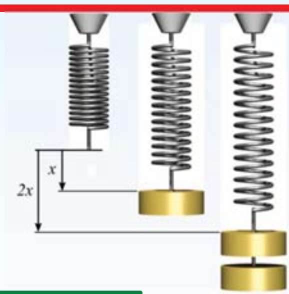
Harmonisk Svängning Problem

Anta följande: En bil har massan 1000 kg.
En förare ger F = 980 N och orsakar att stötdämparna går ned med 2.8 cm.

Bilen kör över ett gupp och börjar svänga harmoniskt.

Vad blir perioden och frekvensen ?





$F_x = -kx$
$f = 1/T$
$\omega = 2\pi f$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$k = -\frac{F_x}{x} = -\frac{980\ \text{N}}{-0.028\ \text{m}} = 3.5 \times 10^4\ \text{kg/s}^2$$

The person's mass is $w/g = (980\ \text{N})/(9.8\ \text{m/s}^2) = 100$ kg. The *total* oscillating mass is $m = 1000\ \text{kg} + 100\ \text{kg} = 1100$ kg. The period T is

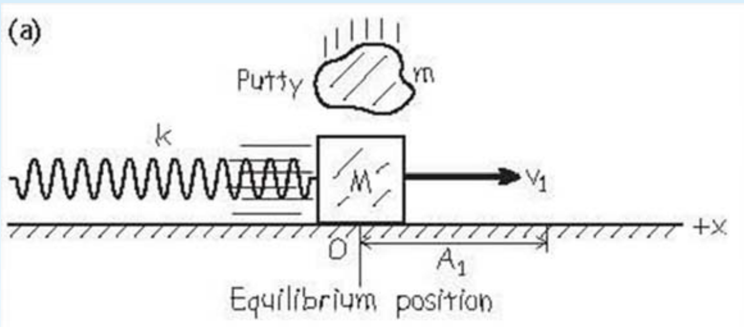
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1100\ \text{kg}}{3.5 \times 10^4\ \text{kg/s}^2}} = 1.11\ \text{s}$$

The frequency is $f = 1/T = 1/(1.11\ \text{s}) = 0.90$ Hz.

Harmonisk Svängning Problem

En klump lera med massan m fastnar på en svängande massa M vid jämviktsläget.

Beräkna ny period T_2 och ny amplitud A_2 !
Ge resultatet som funktion av k, m, M och v_1 !



$f = 1/T$
$\omega = 2\pi f$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Den nya perioden T_2:

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

Harmonisk Svängning Problem

Konserveringslagar: Energin och rörelsemängden (P=mv) är bevarade

Steg 1. Rörelsemängdens bevarande ger v_2:

$P_1 = P_2$
$Mv_1 = (M+m)v_2$ $\Rightarrow$ $v_2 = v_1 \frac{M}{M+m}$

Steg 2. Den nya totala energin vid x = 0:

$E_{t2} = E_{k2} + 0 = \frac{1}{2}(M+m)v_2^2 = \frac{1}{2}v_1^2\frac{M^2}{M+m}$

Steg 3. Den nya totala energin vid x = A_2:

$E_{t2} = 0 + E_{p2} = \frac{1}{2}kA_2^2$

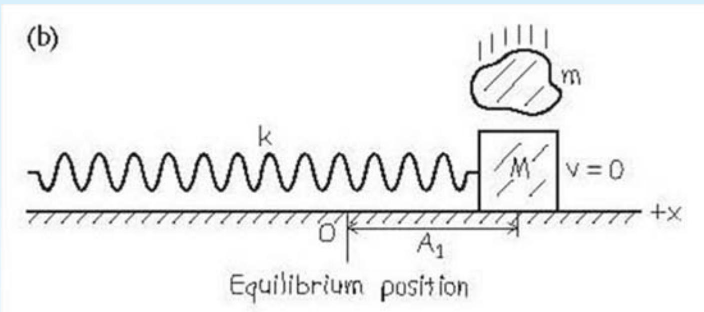
Steg 4. Energins bevarande ger A_2:

$\frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}v_1^2\frac{M^2}{M+m}$ $\Rightarrow$ $A_2 = v_1\frac{M}{\sqrt{(M+m)k}}$

Harmonisk Svängning Problem

En klump lera med massan m fastnar på en svängande massa M vid maximal läget.

Beräkna ny period T_2 och amplitud A_2 !



$f = 1/T$
$\omega = 2\pi f$
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

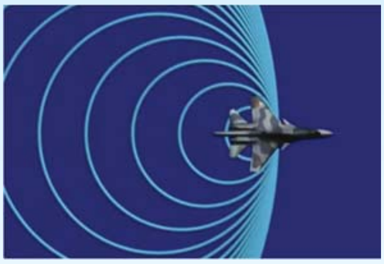
För x = A är den kinetiska energin = 0:

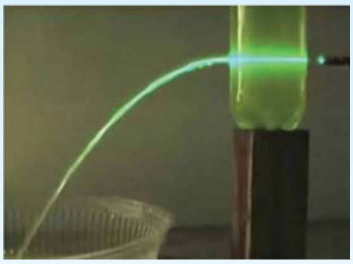
$E_{t1} = 0 + E_{p1} = \frac{1}{2}kA_1^2$

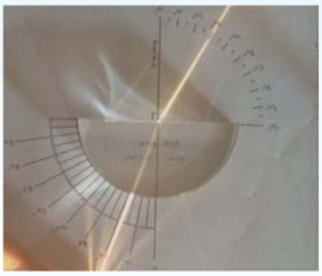
$E_{t2} = 0 + E_{p2} = \frac{1}{2}kA_2^2$

Den totala energin är bevarad: $A_2 = A_1$

Vågrörelselära och optik







Kapitel 15 – Mekaniska vågor

Mekaniska vågor
Problem

Ljudets hastighet beror av temperaturen och är 344 m/s vid 20 grader.

Vad är då våglängden av ljud med frekvensen 262 Hz ?

$$\boxed{v = f\,\lambda}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{344\ \text{m/s}}{262\ \text{Hz}} = \frac{344\ \text{m/s}}{262\ \text{s}^{-1}} = 1.31\ \text{m}$$

Mekaniska vågor
Problem

Du viftar med ett rep upp och ner och skapar en sinusvåg med frekvensen 2.00 Hz, amplituden 0.075 m och våghastigheten 12.0 m/s.

Beräkna perioden, våglängden, vinkelfrekvensen och vågtalet !

$f = 1/T$
$\omega = 2\pi f$
$v = f\lambda$
$k = 2\pi/\lambda$

Givet:

A: Amplitude = 0.075 m

f: Frequency = 1 / T = 2.00 Hz

v: Wave speed = λ / T = 12.0 m/s

Att beräkna:

T: Period = 1 / f = 0.5 s

λ: Wavelength = v T = 6.00 m

ω: Angular frequency = $2\pi f = 4\pi$

k: Wave number = $2\pi/\lambda = \frac{1}{3}\pi$

Mekaniska vågor
Problem

Vid t = 0 befinner sig repet du håller i handen (x=0) i sitt högsta läge (0.075 m).
Vad är vågfunktionen för svängningarna ?
Vad blir vågfunktionen för x = 0 och x = 3.00 m ?

Beräknat tidigare:

ω: Angular frequency = $2\pi f = 4\pi$

k: Wave number = $2\pi/\lambda = \frac{1}{3}\pi$

$$\boxed{y(x,t) = A\cos(kx-\omega t)} = 0.075\cos(\tfrac{1}{3}\pi x - 4\pi t)$$

$$y(0,t) = 0.075\cos(-4\pi t) = 0.075\cos(4\pi t)$$

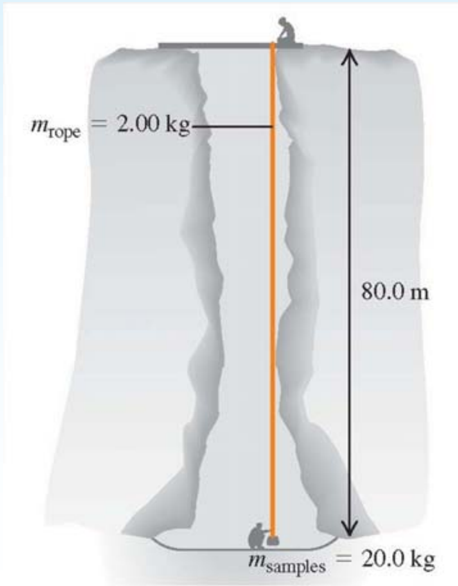
$$y(3,t) = 0.075\cos(\pi - 4\pi t) = -0.075\cos(-4\pi t) = -0.075\cos(4\pi t)$$

$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$

$\cos(-x) = \cos(x)$

Mekaniska vågor Problem

Mannen i hålet skickar en signal genom att göra en knyck på ett rep i vars ände det hänger 20 kg. Vad blir hastigheten av vågen i repet ? Om repet sätts i sinus svängning med f=2Hz hur många våglängder får plats på repet?



The tension in the rope due to the box is

$$F = m_{box}g = (20.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 196\ \text{N}$$

and the rope's linear mass density is

$$\mu = \frac{m_{rope}}{L} = \frac{2.00\ \text{kg}}{80.0\ \text{m}} = 0.0250\ \text{kg/m}$$

the wave speed is

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}} = \sqrt{\frac{196\ \text{N}}{0.0250\ \text{kg/m}}} = 88.5\ \text{m/s}$$

the wavelength is

$$\boxed{\lambda = \frac{v}{f}} = \frac{88.5\ \text{m/s}}{2.00\ \text{s}^{-1}} = 44.3\ \text{m}$$

There are $(80.0\ \text{m})/(44.3\ \text{m}) = 1.81$ wavelengths (that is, cycles of the wave) in the rope.

Mekaniska vågor Problem

Du viftar med ett rep upp och ner och skapar en sinusvåg med frekvensen 2.00 Hz, amplituden 0.075 m och våghastigheten 12.0 m/s. Repet väger 250 gram per meter och är spänt med kraften 36.0 N.

Beräkna den maximala effekten och medeleffekten som behövs !

A: Amplitude = 0.075 m

f: Frequency = 1 / T = 2.00 Hz

v: Wave speed = λ / T = 12.0 m/s

T: Period = 1 / f = 0.5 s

λ: Wavelength = v T = 6.00 m

ω: Angular frequency = 2 π f = 4π

k: Wave number = 2 π / λ = ⅓π

μ: Linear mass density = 0.250 kg/m

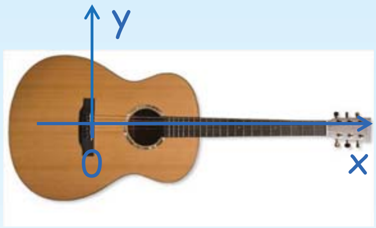
F: Tension = 36.0 N

Lösning:

$$\boxed{P_{max} = \sqrt{\mu F \omega^2 A^2}}$$
$$= \sqrt{(0.250\ \text{kg/m})(36.0\ \text{N})(4.00\pi\ \text{rad/s})^2(0.075\ \text{m})^2}$$
$$= 2.66\ \text{W}$$

$$P_{av} = \tfrac{1}{2}P_{max} = \tfrac{1}{2}(2.66\ \text{W}) = 1.33\ \text{W}$$

Mekaniska vågor
Problem



En sinusvåg rör sig i negativ x-riktning längs en gitarr sträng med hastigheten 143 m/s. Amplituden är 0.750 mm och frekvensen 440 Hz.

Vågen reflekteras vid x=0 och bildar en stående våg.

Vad blir funktionen som beskriver strängens rörelse i y-led ?

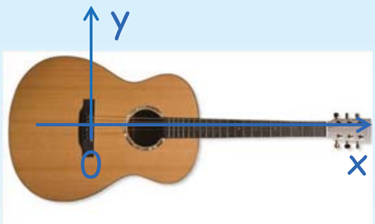
$$y(x,t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$$

$$A = 0.750 \text{ mm} = 7.50 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\boxed{\omega = 2\pi f} = (2\pi \text{ rad})(440 \text{ s}^{-1}) = 2760 \text{ rad/s}$$

$$\boxed{k = \frac{\omega}{v}} = \frac{2760 \text{ rad/s}}{143 \text{ m/s}} = 19.3 \text{ rad/m}$$

Mekaniska vågor
Problem



v = 143 m/s
f = 440 Hz
A = 0.075 m
ω = 2760 rad/s
k = 19.3 rad/m

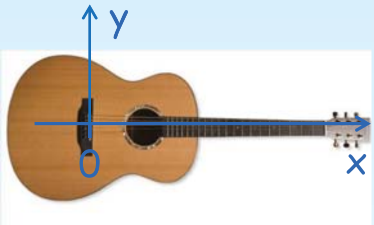
Var blir det noder på strängen ?

Det blir noder för $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \ldots$

$\boxed{f = v / \lambda}$ ⇒ $\lambda = v / f = 143 / 440 = 0.325$ m

det blir noder för x = 0, 0.163 m, 0.325 m,

Mekaniska vågor
Problem



v = 143 m/s
f = 440 Hz
A = 0.075 m
ω = 2760 rad/s
k = 19.3 rad/m

Vad blir amplituden av den stående vågen ?
Vad blir den maximala hastigheten och den maximala accelerationen ?

$y(x,t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$ Amplitud = 2A = 0.15 m

$v_y(x,t) = 2A\omega \sin(kx) \cos(\omega t)$

$v_y(x,t)_{max} = 2A\omega = 4.14 \text{ m/s}$

$a_y(x,t) = -2A\omega^2 \sin(kx) \sin(\omega t)$

$a_y(x,t)_{max} = 2A\omega^2 = 11426 \text{ m/s}^2$

Mekaniska vågor
Problem

En octobas fiol har en sträng som är 2.50 m lång och som väger 40.0 gram per meter.

Vilken spännkraft behövs för att grundfrekvensen ska bli 20.0 Hz ?

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$F = 4\mu L^2 f_1{}^2 = 4(40.0 \times 10^{-3}\,\text{kg/m})(2.50\,\text{m})^2(20.0\,\text{s}^{-1})^2 = 400\,\text{N}$$

Mekaniska vågor
Problem

f_1 = 20.0 Hz
L = 2.50 m
μ = 40.0 g/m
F = 400 N

Vad blir frekvensen och våglängden för den andra harmoniska frekvensen ?

Vad blir frekvensen och våglängden för den andra övertonen ?

$$f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1 \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

$$f_2 = 2f_1 = 2(20.0\ \text{Hz}) = 40.0\ \text{Hz}$$

$$\lambda_2 = \frac{2L}{2} = \frac{2(2.50\ \text{m})}{2} = 2.50\ \text{m}$$

Den andra övertonen är den andra över grundfrekvensen d.v.s. n = 3

$$f_3 = 3f_1 = 3(20.0\ \text{Hz}) = 60.0\ \text{Hz}$$

$$\lambda_3 = \frac{2L}{3} = \frac{2(2.50\ \text{m})}{3} = 1.67\ \text{m}$$

Mekaniska vågor
Problem

f_1 = 20.0 Hz
L = 2.50 m
μ = 40.0 g/m
F = 400 N
λ_1 = 1.25 m

Strängen vibrerar med sin grundfrekvens.

Vad blir frekvensen och våglängden av ljudet som den skickar ut ?

Ljudets hastighet är 344 m/s.

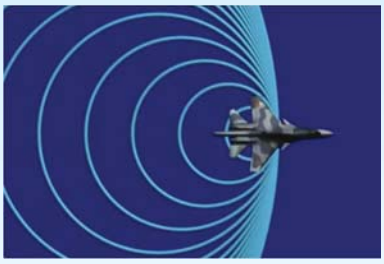
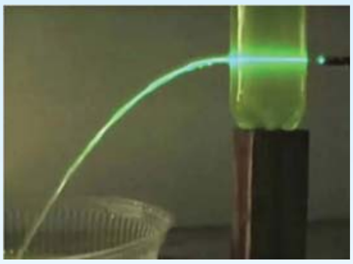
$$v = \lambda / T = \lambda f$$

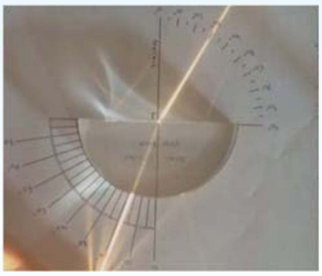
$$\lambda = v / f$$

$$f = f_1 = 20.0\ \text{Hz}$$

$$\lambda_{1(\text{sound})} = \frac{v_{\text{sound}}}{f_1} = \frac{344\ \text{m/s}}{20.0\ \text{Hz}} = 17.2\ \text{m}$$

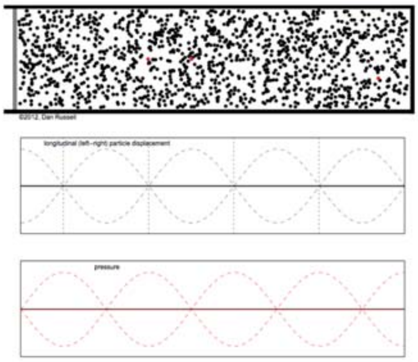
Vågrörelselära och optik



Kapitel 16 - Ljud

Ljud
Problem



En sinusformad ljudvåg har frekvensen 1000Hz och en tryck amplitud på 3.0×10^{-2} Pa.

Luft: $v = 344$ m/s, $B = 1.42 \times 10^5$ Pa

Vad blir den maximala förflyttningen av luften p.g.a. denna ljudvåg ?

$$\boxed{k = \frac{\omega}{v}} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{(2\pi \text{ rad})(1000 \text{ Hz})}{344 \text{ m/s}} = 18.3 \text{ rad/m}$$

$$\boxed{p_{\max} = BkA}$$

$$A = \frac{p_{\max}}{Bk} = \frac{3.0 \times 10^{-2} \text{ Pa}}{(1.42 \times 10^{5} \text{ Pa})(18.3 \text{ rad/m})} = 1.2 \times 10^{-8} \text{ m}$$

Ljud
Problem

En människa kan höra frekvenser mellan 20 och 20000 Hz.

Vilka våglängder motsvarar detta ?

Anta att v = 344 m/s

$$\boxed{\lambda = v / f}$$

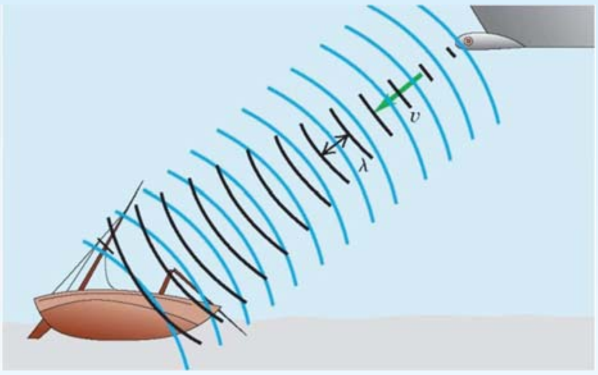
$\lambda = 344 / 20 = 17$ m for f = 20 Hz

$\lambda = 344 / 20000 = 1.7$ cm for f = 20 kHz

Ljud
Problem

Ett sonar system skickar ut ljudvågor med frekvensen 262 Hz.
Vad blir hastigheten och våglängden av denna ljudvåg om B = 2.18×10^9 Pa ?

Vad blir hastigheten och våglängden av vågen i luft om B = 1.42×10^5 Pa och densiteten 1.225 kg/m^3 ?



$$\boxed{v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}} = \sqrt{\frac{2.18 \times 10^9 \text{ Pa}}{1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} = 1480 \text{ m/s}$$

v = 340 m/s i luft

$$\boxed{\lambda = \frac{v}{f}} = \frac{1480 \text{ m/s}}{262 \text{ s}^{-1}} = 5.65 \text{ m}$$

λ = 1.3 m i luft

Ljud
Problem

En siren skickar ut ljudvågor likformigt i alla riktningar. Ljudintensiteten är 0.250 W/m^2 på ett avstånd av 15.0 m.

På vilket avstånd är intensiteten 0.010 W/m^2 ?

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^{\,2}}{r_1^{\,2}} \qquad \text{(inverse-square law for intensity)}$$

$$r_2 = r_1\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = (15.0\ \text{m})\sqrt{\frac{0.250\ \text{W/m}^2}{0.010\ \text{W/m}^2}} = 75.0\ \text{m}$$

Ljud
Problem

Räkna ut ljudintensiteten om tryckamplituden är 3.0 x 10^{-2} Pa, luftens densiteten är 1.20 kg/m^3 och ljudhastigheten är 344 m/s !

$$\boxed{I = \frac{p_{max}^{\;2}}{2\sqrt{\rho B}} \qquad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}}$$

$$\sqrt{\rho B} = v\,\rho$$

$$\boxed{I = \frac{p_{\max}^{\;2}}{2\rho v}} = \frac{(3.0 \times 10^{-2}\ \text{Pa})^2}{2(1.20\ \text{kg/m}^3)(344\ \text{m/s})}$$

$$= 1.1 \times 10^{-6}\ \text{J/(s}\cdot\text{m}^2) = 1.1 \times 10^{-6}\ \text{W/m}^2$$

Ljud
Problem

Vad är tryck och förflyttningsamplituden hos en ljudvåg med f = 20 Hz om den har samma intensitet som en ljudvåg med f = 1000 Hz och $p_{max} = 3.0 \times 10^{-2}$ Pa, $\rho = 1.20$ kg/m³, $v = 344$ m/s, $I = 1.1 \times 10^{-6}$ W/m²

Våg 1: f = 1000 Hz, $p_{max} = 3.0 \times 10^{-2}$ Pa, $\rho = 1.20$ kg/m³, $v = 344$ m/s, $I = 1.1 \times 10^{-6}$ W/m²

Våg 2: f = 20 Hz, p_{max} = ???????????, $\rho = 1.20$ kg/m³, $v = 344$ m/s, $I = 1.1 \times 10^{-6}$ W/m²

$$\boxed{I = \frac{p_{max}{}^2}{2\sqrt{\rho B}}}$$

Eftersom ρB = konstant och $I_1 = I_2$ blir $p_{max2} = p_{max1} = 3.0 \times 10^{-2}$ Pa

$\Rightarrow \sqrt{\rho B} = p_{max}{}^2/2I$

Sök amplituden A

$$\boxed{I = \tfrac{1}{2}\sqrt{\rho B}\,\omega^2 A^2} \quad \text{(intensity of a sinusoidal sound wave)}$$

$I = (p_{max}{}^2/2I)\,\omega^2 A^2/2 \Rightarrow I^2 = p_{max}{}^2\omega^2 A^2/4 \Rightarrow I = p_{max}\omega A/2$

$A = 2I / p_{max}\omega = 2 \times 1.1 \times 10^{-6} / (3.0 \times 10^{-2} \times 2\pi \times 20) = 0.58\ \mu m$

Ljud
Problem

Vid en konsert vill man ha en ljudintensitet som är 1 W/m² på ett avstånd av 20 m från högtalarna.

Vilken utgångseffekt behöver högtalarna ha ?

Instensitet är medeleffekt per ytenhet: $I = P_{av} / A_{rea}$

Intensiteten genom en sfär med radien r: $I = \frac{P}{4\pi r^2}$

Intensiteten genom en halvsfär med radien r: $I = \frac{P}{2\pi r^2}$

$$P = 2\pi r^2 I = 2.5 \text{ kW}$$

Ljud
Problem

Efter 10 minuter med 120 dB ändras gränsen för mänskligt hörande tillfälligt från 0 dB till 28 dB om f = 1000 Hz.

Efter 10 år med 92 dB ändras gränsen för mänskligt hörande permanent från 0 dB till 28 dB om f = 1000 Hz.

Vilken ljudintensitet motsvaras av 28 dB och 92 dB ?

$$\boxed{\beta = 10\ log\frac{I}{I_0}}$$

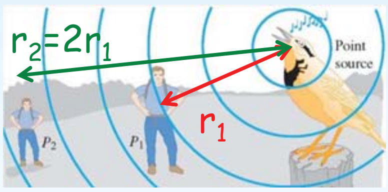
$$I = I_0 \cdot 10^{\beta/10} \quad \text{med} \quad \boxed{I_0 = 10^{-12}\ W/m^2}$$

$$I_{28\ \mathrm{dB}} = (10^{-12}\ \mathrm{W/m^2})10^{2.8} = 6.3 \times 10^{-10}\ \mathrm{W/m^2}$$
$$I_{92\ \mathrm{dB}} = (10^{-12}\ \mathrm{W/m^2})10^{9.2} = 1.6 \times 10^{-3}\ \mathrm{W/m^2}$$

Ljud
Problem

En fågel skickar ut fågelsång med konstant effekt.

Hur många decibel går ljudnivån ner om lyssnaren dubblar avståndet till fågeln ?



β_2 β_1

I_2 I_1

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^{\,2}}{r_1^{\,2}} = \frac{4r_1^{\,2}}{r_1^{\,2}} = 4$$

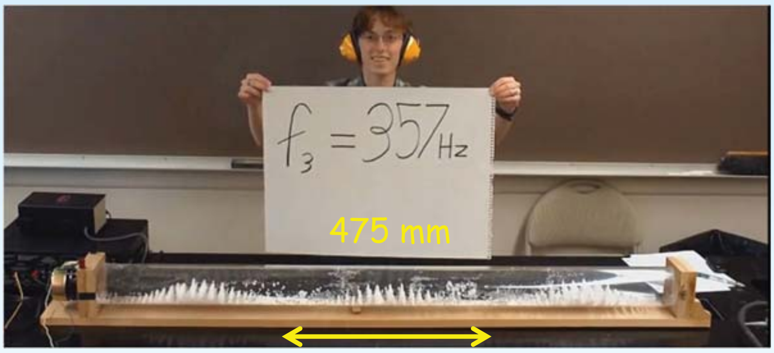
$$\boxed{\beta = (10\ \mathrm{dB})\log\frac{I}{I_0}}$$

$$\begin{aligned}\beta_2 - \beta_1 &= (10\ \mathrm{dB})\left(\log\frac{I_2}{I_0} - \log\frac{I_1}{I_0}\right)\\ &= (10\ \mathrm{dB})[(\log I_2 - \log I_0) - (\log I_1 - \log I_0)]\\ &= (10\ \mathrm{dB})\log\frac{I_2}{I_1}\end{aligned}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = (10\ \mathrm{dB})\log\frac{I_2}{I_1} = (10\ \mathrm{dB})\log\tfrac{1}{4} = -6.0\ \mathrm{dB}$$

Ljud
Problem

Räkna ut ljudhastigheten från den här mätningen.



$\lambda = 2 \times 0.475 = 0.95$ m

$\boxed{v = \lambda f} = 0.95 \times 357 = 339$ m/s

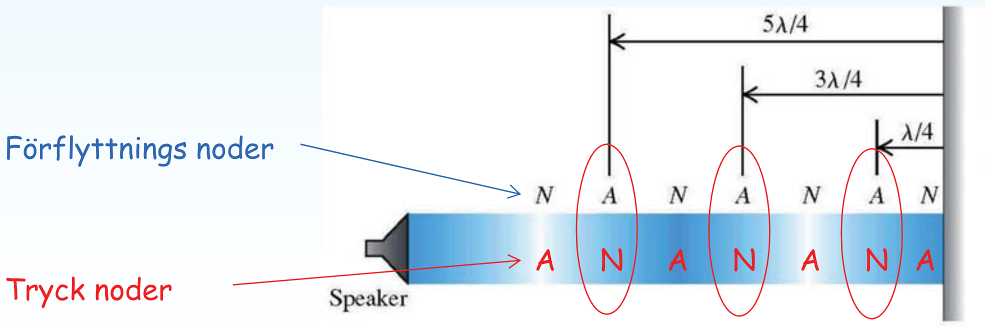
Ljud
Problem

En högtalare skickar en ljudvåg mot en vägg med våglängden λ.

På vilket avstånd från väggen hör man ingenting ?

Örat detekterar tryck variationer.

Inget ljud = tryck nod ! Väggen = förflyttnings nod !

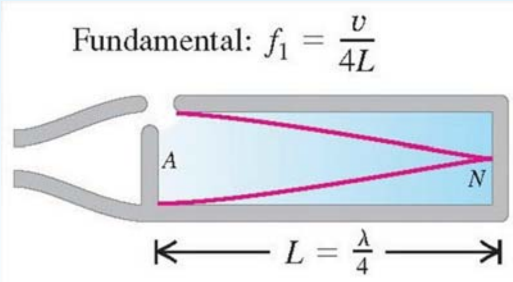


Ljud
Problem

Grundfrekvensen i en stängd orgelpipa är 220 Hz.

Hur lång är pipan om ljudhastigheten är 345 m/s ?

$$\boxed{f_n = \frac{nv}{4L} \qquad (n\ udda)}$$



$$L_{\text{stopped}} = \frac{v}{4f_1} = \frac{345\ \text{m/s}}{4(220\ \text{s}^{-1})} = 0.392\ \text{m}$$

Ljud
Problem

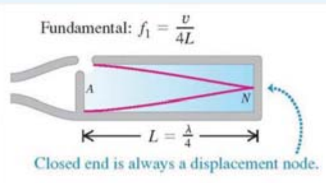
Den andra övertonen av en stängd pipa har samma våglängd som den tredje harmoniska frekvensen av en öppen pipa. Hur lång är den öppna pipan ?

$v = 345$ m/s

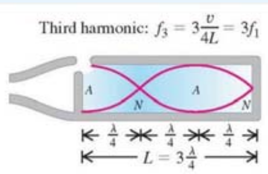
$f_1 = 220$ Hz

$L_{\text{stopped}} = 0.932$ m

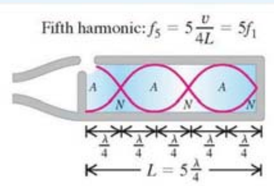
Grundfrekvens



Första övertonen

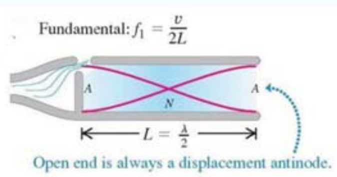


Andra övertonen

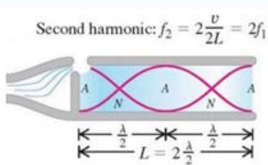


$f_5 = 5f_1 = 1100$ Hz

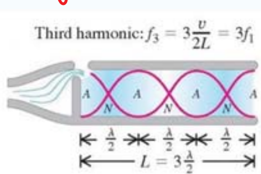
Grundfrekvens



Andra harmoniska f



Tredje harmoniska



$v = 345$ m/s

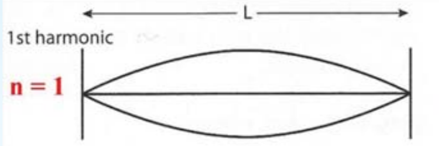
$f_3 = 1100$ Hz

$L_{\text{open}} = 3\ v\ /\ (2f_3) = 0.470$ m

Ljud
Problem

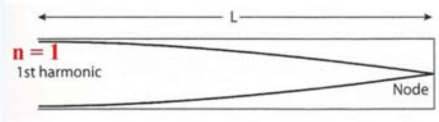
Ljudet från en stängd orgelpipa får strängen i en gitarr att svänga med hög amplitud. Både orgelpipan och strängen svänger med sina grundfrekvenser.

Vad är $v_{sträng}/v_{pipa}$ om längden av strängen är 80% av pipans längd ?



One half wave

$\lambda_1 = \frac{2}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$



One quarter wave

$\lambda_1 = \frac{4}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}$

$$\upsilon_{sträng} = 2\, L_{sträng}\, f_{sträng}$$

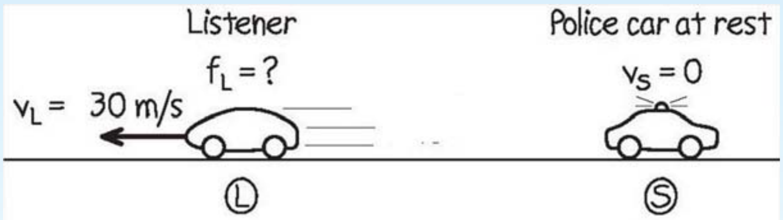
$$\upsilon_{pipa} = 4\, L_{pipa}\, f_{pipa}$$

$$f_{sträng} = f_{pipa}$$

$$L_{sträng} = 0.8\, L_{pipa}$$

$$\frac{\vartheta_{sträng}}{\vartheta_{pipa}} = \frac{2\, L_{sträng}\, f_{sträng}}{4\, L_{pipa}\, f_{pipa}} = \frac{1.6\, L_{pipa}\, f_{pipa}}{4\, L_{pipa}\, f_{pipa}} = 0.4$$

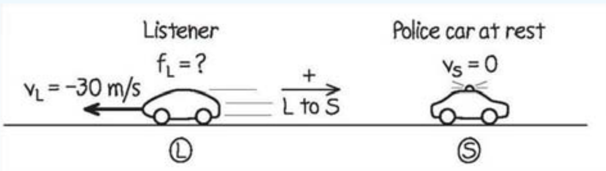
Ljud
Problem



f = 300 Hz

ljudhastigheten = 340 m/s

Vilken frekvens hör lyssnaren ?

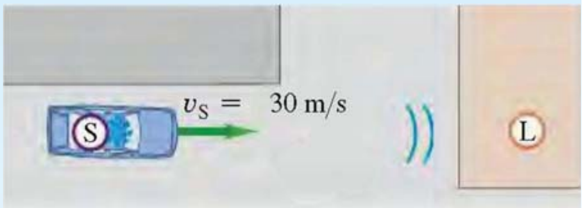


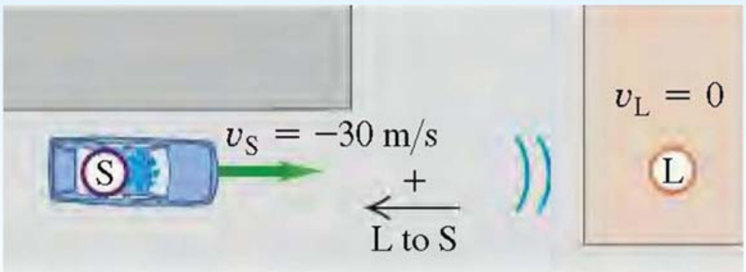
$$\boxed{f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f} = \frac{340\text{ m/s} + (-30\text{ m/s})}{340\text{ m/s}}(300\text{ Hz}) = 274\text{ Hz}$$

Ljud
Problem

En polisbil med en siren på f = 300 Hz kör mot ett hus med hastigheten 30 m/s.

Vilken frekvens hör en lyssnare i huset ?



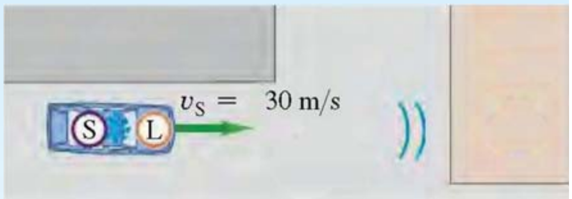


$$\boxed{f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S}$$

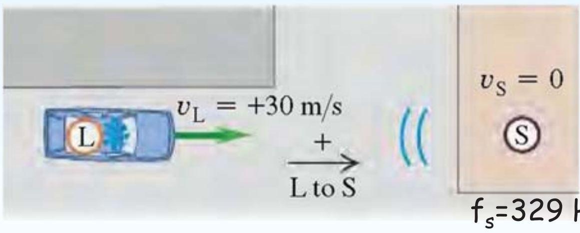
$$f_W = \frac{v}{v + v_S} f_S = \frac{340\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} + (-30\ \text{m/s})}(300\ \text{Hz}) = 329\ \text{Hz}$$

Ljud
Problem

En polisbil med en siren på f = 300 Hz kör mot ett hus med hastigheten 30 m/s. Vilken frekvens hör en lyssnare i polisbilen om ljudet reflekteras tillbaka till den ?



Huset blir nu en ny ljudkälla med frekvensen 329 Hz som vi beräknat tidigare:



f_s=329 Hz

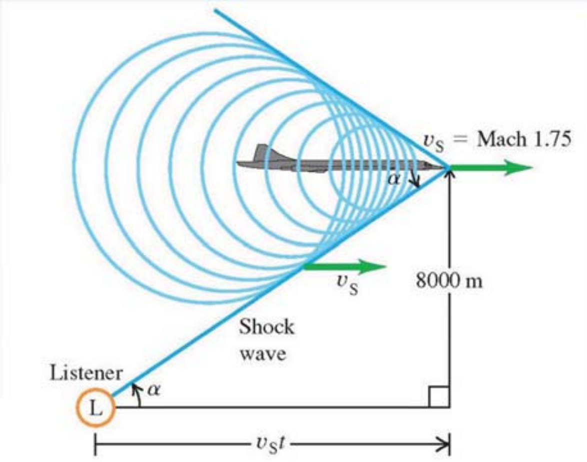
$$\boxed{f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S}$$

$$f_L = \frac{v + v_L}{v} f_S = \frac{340\ \text{m/s} + 30\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s}}(329\ \text{Hz}) = 358\ \text{Hz}$$

Ljud
Problem

Ett flygplan flyger ovanför dig med Mach 1.75 på 8000 meters höjd.

Hur lång tid efter att det har passerat hör man chockvågen om ljudhastigheten är 320 m/s ?



$$N_M = v_s / v = 1.75$$

$$v_S = (1.75)(320\ \text{m/s}) = 560\ \text{m/s}$$

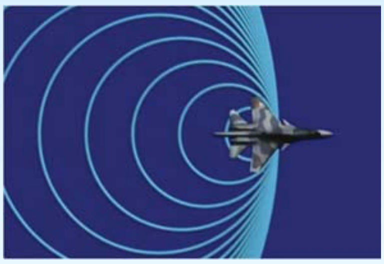
$$\boxed{\sin\alpha = v / v_s} = 1 / N_M = 1 / 1.75$$

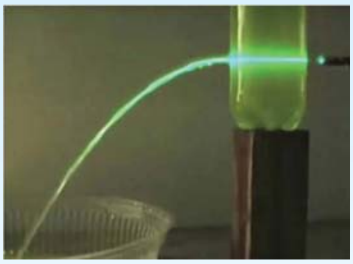
$$\alpha = \arcsin\frac{1}{1.75} = 34.8^\circ$$

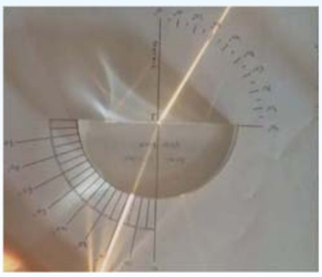
$$\tan\alpha = \frac{8000\ \text{m}}{v_S t}$$

$$t = \frac{8000\ \text{m}}{(560\ \text{m/s})(\tan 34.8^\circ)} = 20.5\ \text{s}$$

Vågrörelselära och optik





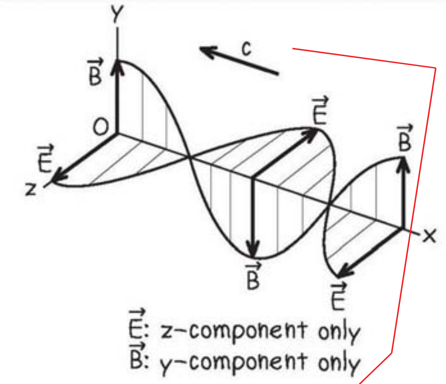


Kapitel 32 – Elektromagnetiska vågor

Elektromagnetiska vågor problem

En laser skickar ut en sinus formad elektromagnetisk våg i den negativ x-riktningen med våglängden 10.6 μm.
E-fältet är i z-riktningen och E_{max} = 1.5 MV/m.

Vad blir vågfunktionen för laser strålen ?



$$\vec{E}(x,t) = \hat{k}E_{max}\cos(kx + \omega t)$$
$$\vec{B}(x,t) = \hat{j}B_{max}\cos(kx + \omega t)$$

$E_{max} = c\, B_{max}$

$k = 2\pi/\lambda$

$c = \omega/k$

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = \frac{1.5 \times 10^6 \text{ V/m}}{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}} = 5.0 \times 10^{-3} \text{ T}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{10.6 \times 10^{-6} \text{ m}} = 5.93 \times 10^5 \text{ rad/m}$$

$$\omega = ck = (3.00 \times 10^8 \text{ m/s})(5.93 \times 10^5 \text{ rad/m})$$
$$= 1.78 \times 10^{14} \text{ rad/s}$$

$$\vec{E}(x,t) = \hat{k}(1.5 \times 10^6 \text{ V/m}) \times \cos[(5.93 \times 10^5 \text{ rad/m})x + (1.78 \times 10^{14} \text{ rad/s})t]$$

$$\vec{B}(x,t) = \hat{j}(5.0 \times 10^{-3} \text{ T}) \times \cos[(5.93 \times 10^5 \text{ rad/m})x + (1.78 \times 10^{14} \text{ rad/s})t]$$

Elektromagnetiska vågor problem

Gult ljus med f = 5.09×10^{14} Hz går från vakuum in i en diamant.

Vad är våglängden i vakuum ?

Vad är våglängden och våghastigheten i diamanten om K = 5.84 & K_m=1.00

Vakuum:

$v = c = \lambda/T = \lambda f$

$$\lambda_{vacuum} = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{5.09 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 5.89 \times 10^{-7} \text{ m} = 589 \text{ nm}$$

Diamant:

$$\boxed{v = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}}$$

$$v_{diamond} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{(5.84)(1.00)}} = 1.24 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{diamond} = \frac{v_{diamond}}{f} = \frac{1.24 \times 10^8 \text{ m/s}}{5.09 \times 10^{14} \text{ Hz}}$$
$$= 2.44 \times 10^{-7} \text{ m} = 244 \text{ nm}$$

Elektromagnetiska vågor problem

Radiovågor med 90.0 MHz går från vakuum in i isolerande ferrit.

Vad är våglängden i vakuum ?

Vad är våglängden och våghastigheten i ferrit om K = 10.0 & K_m=1000

$v=\lambda/T=\lambda f=c$

$$v = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}$$

$$\lambda_{\text{vacuum}} = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{90.0 \times 10^6 \text{ Hz}} = 3.33 \text{ m}$$

$$v_{\text{ferrite}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{(10.0)(1000)}} = 3.00 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{ferrite}} = \frac{v_{\text{ferrite}}}{f} = \frac{3.00 \times 10^6 \text{ m/s}}{90.0 \times 10^6 \text{ Hz}}$$
$$= 3.33 \times 10^{-2} \text{ m} = 3.33 \text{ cm}$$

Elektromagnetiska vågor problem

En sinusformad elektromagnetisk våg har E_{max} = 100 V/m.

Vad är B_{max} ?

Vad är den maximala energitätheten ?

Givet:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$$
$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

$$\boxed{B_{max} = \frac{E_{max}}{c}} = \frac{100 \text{ V/m}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 3.33 \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$E(x,t) = E_{max}\cos(kx - \omega t)$$

$$\boxed{u(x,t) = \varepsilon_0 E^2} = \varepsilon_0 E_{max}{}^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

$$u_{max} = \varepsilon_0 E_{max}{}^2 = (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(100 \text{ N/C})^2$$
$$= 8.85 \times 10^{-8} \text{ N/m}^2 = 8.85 \times 10^{-8} \text{ J/m}^3$$

Elektromagnetiska vågor problem

En sinusformad elektromagnetisk våg har E_{max} = 100 V/m och B_{max} = 3.33x10^{-7} T.

Vad blir vågens intensitet ?

Givet:

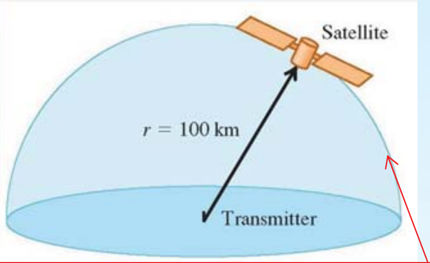
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}$$

$$S_x(x,t) = \frac{E_{\max} B_{\max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t) \Rightarrow \boxed{I = S_{\mathrm{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0}}$$

$$I = S_{\mathrm{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{(100\ \mathrm{V/m})(3.33 \times 10^{-7}\ \mathrm{T})}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}} = 13.2\ \mathrm{W/m^2}$$

Elektromagnetiska vågor problem



En radiostation skickar ut en sinusvåg med medeleffekten 50 kW. Vad blir amplituden på vågen om den detekteras av en satellit på 100 km avstånd ?

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}$$

Arean: $A = 2\pi R^2 = 2\pi(1.00 \times 10^5\ \mathrm{m})^2 = 6.28 \times 10^{10}\ \mathrm{m^2}$

I från metod 1: $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{2\pi R^2} = \frac{5.00 \times 10^4\ \mathrm{W}}{6.28 \times 10^{10}\ \mathrm{m^2}} = 7.96 \times 10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}$

I från metod 2: $I = \boxed{S_{\mathrm{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}{}^2}{2\mu_0 c}} = 7.96 \times 10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}$

Amplituden för E:

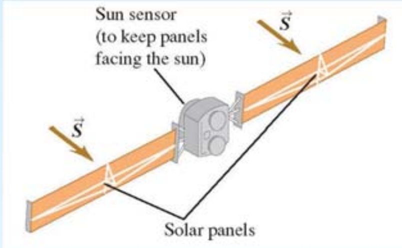
$$E_{\max} = \sqrt{2\mu_0 c S_{\mathrm{av}}}$$
$$= \sqrt{2(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A})(3.00 \times 10^8\ \mathrm{m/s})(7.96 \times 10^{-7}\ \mathrm{W/m^2})}$$
$$= 2.45 \times 10^{-2}\ \mathrm{V/m}$$

Amplituden för B: $\boxed{B_{\max} = \frac{E_{\max}}{c}} = 8.17 \times 10^{-11}\ \mathrm{T}$

Elektromagnetiska vågor problem

En satellit har 4.0 m^2 stora solpaneler som träffas av sol ljus med intensiteten 1.4x 10^3 W/m^2.

Om allt ljus absorberas hur stor blir genomsnittseffekten ?



Intensitet = effekt per ytenhet:

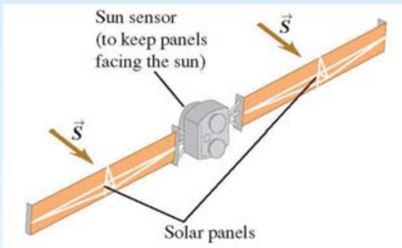
$$I = P_{av} / A_{rea}$$

$$P = IA = (1.4 \times 10^3\ \mathrm{W/m^2})(4.0\ \mathrm{m^2})$$
$$= 5.6 \times 10^3\ \mathrm{W} = 5.6\ \mathrm{kW}$$

Elektromagnetiska vågor problem

En satellit har 4.0 m^2 stora solpaneler som träffas av sol ljus med intensiteten 1.4x 10^3 W/m^2.

Om allt ljus absorberas hur stor blir kraften på sol panelerna ?



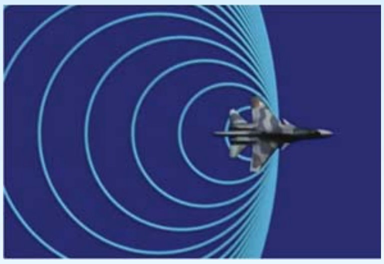
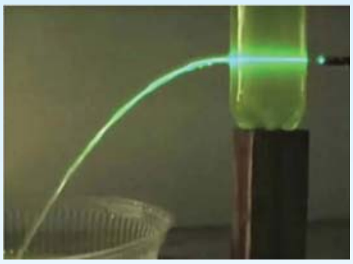
$$p_{rad} = \frac{S_{av}}{c} = \frac{I}{c} \quad \text{(radiation pressure, wave totally absorbed)}$$

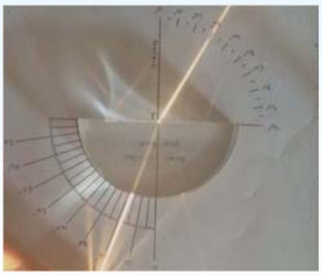
$p_{rad} = 1.4 \times 10^3 / 3.0 \times 10^8 = 4.7 \times 10^{-6}\ N/m^2$

Tryck = Kraft per ytenhet:

$$F = p_{rad}A = (4.7 \times 10^{-6}\ \mathrm{N/m^2})(4.0\ \mathrm{m^2}) = 1.9 \times 10^{-5}\ \mathrm{N}$$

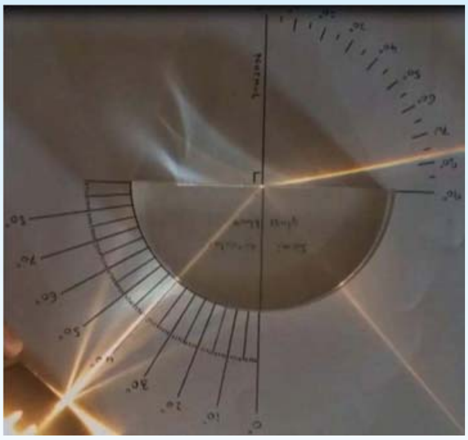
Vågrörelselära och optik



Kapitel 33 - Ljus

Ljusets natur
Problem



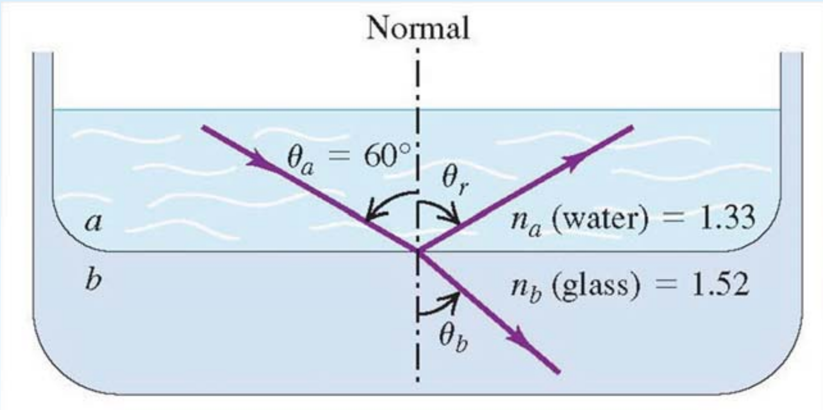
Vad är brytningsindexet för glaset ?

$$\boxed{n_a \sin\theta_a = n_b \sin\theta_b \qquad \text{(law of refraction)}}$$

θ_a = 40 deg. θ_b = 77 deg. n_b = 1

n_a = sin(77°) / sin(40°) = 1.52

Ljusets natur
Problem



Vad är vinklarna av det reflekterade och refrakterade ljuset ?

$$\boxed{\theta_r = \theta_a = 60.0°}$$

$$\boxed{n_a \sin\theta_a = n_b \sin\theta_b}$$

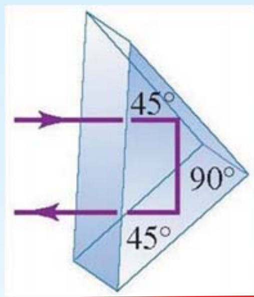
$$\sin\theta_b = \frac{n_a}{n_b}\sin\theta_a = \frac{1.33}{1.52}\sin 60.0° = 0.758$$

$$\theta_b = \arcsin(0.758) = 49.3°$$

Ljusets natur
Problem

Ett Porro prisma som stoppas i vatten fungerar inte. Varför inte ?

n=1.00 för luft
n=1.52 för glas
n=1.33 för vatten



Den inkommande vinkeln måste vara större än den kritiska vinkeln för prismat ska fungera:

The critical angle for water ($n_b = 1.33$) on glass ($n_a = 1.52$) is

$$\theta_{\text{crit}} = \arcsin\frac{1.33}{1.52} = 61.0°$$

45° är mindre än 61° så i vatten blir det ingen totalreflektion.

(I luft är den kritiska vinkeln 41°)

Ljusets natur
Problem

Helium-neon laser ljus har våglängden 633 nm i luft men 474 nm inne i ett öga.

Vad är frekvensen av ljuset i luft ?
Vad är brytningsindex, ljusets hastighet och frekvensen i ögat ?

Luft:

$$f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8 \mathrm{m/s}}{633 \times 10^{-9} \mathrm{m}} = 4.74 \times 10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

Ögat:

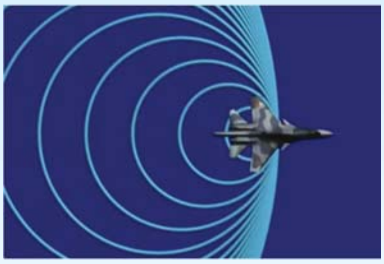
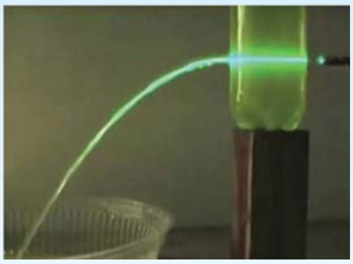
$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{633\ \mathrm{nm}}{474\ \mathrm{nm}} = 1.34$$

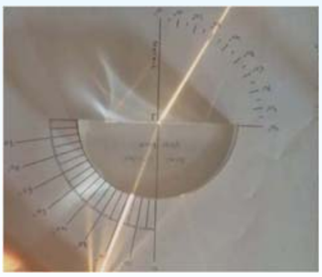
$$v = \frac{c}{n} = \frac{3.00 \times 10^8 \mathrm{m/s}}{1.34} = 2.25 \times 10^8 \mathrm{m/s}$$

$$\boxed{f = \frac{v}{\lambda}} = \frac{2.25 \times 10^8 \mathrm{m/s}}{474 \times 10^{-9} \mathrm{m}} = 4.74 \times 10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

Observera
Samma f !

Vågrörelselära och optik

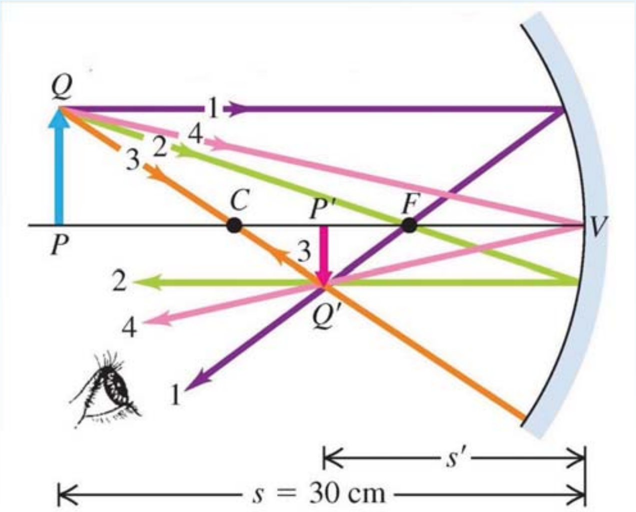


Kapitel 34 - Optik

Geometrisk optik
Problem

En konkav spegel har R = 20 cm.
Ett föremål placeras 30 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\boxed{\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}}$$

$$\boxed{m=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

f = R/2 = 10 cm och s = 30 cm

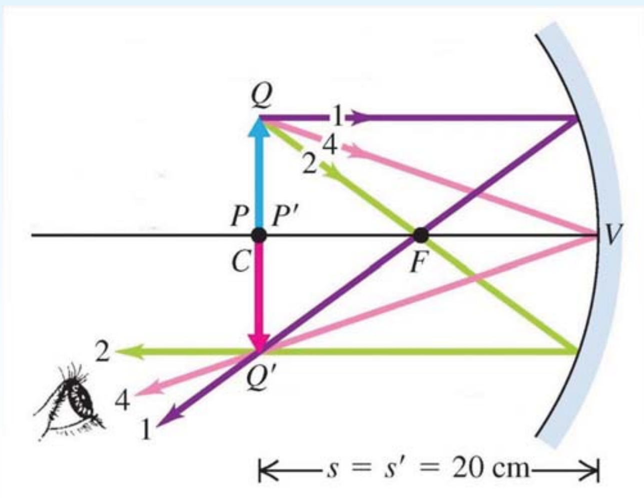
$$\frac{1}{30\text{ cm}}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{10\text{ cm}} \qquad s' = 15\text{ cm}$$

$$m=-\frac{15\text{ cm}}{30\text{ cm}}=-\frac{1}{2}$$

Geometrisk optik
Problem

En konkav spegel har R = 20 cm.
Ett föremål placeras 20 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\boxed{\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}}$$

$$\boxed{m=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

f = R/2 = 10 cm och s = 20 cm

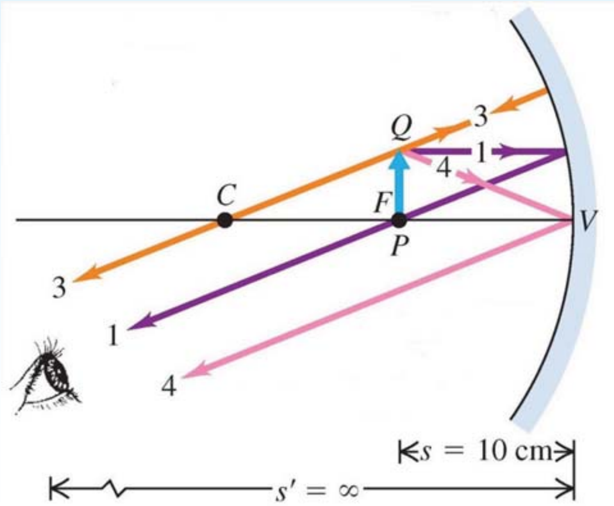
$$\frac{1}{20\text{ cm}}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{10\text{ cm}} \qquad s' = 20\text{ cm}$$

$$m=-\frac{20\text{ cm}}{20\text{ cm}}=-1$$

Geometrisk optik
Problem

En konkav spegel har R = 20 cm.
Ett föremål placeras 10 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\boxed{\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}}$$

$$\boxed{m=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

f = R/2 = 10 cm och s = 10 cm

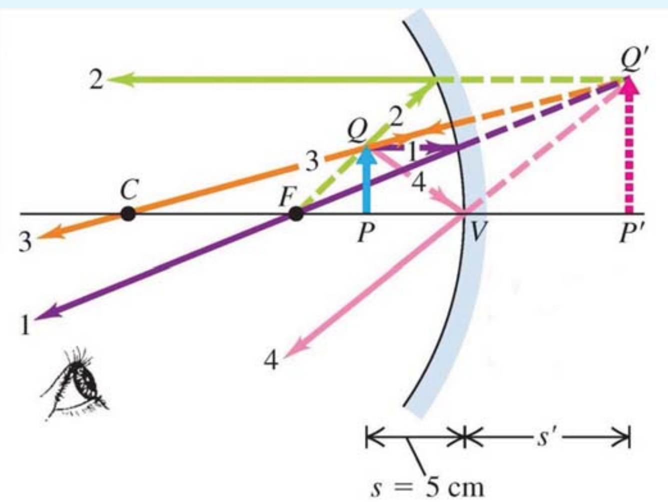
$$\frac{1}{10\text{ cm}}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{10\text{ cm}} \qquad s'=\infty \ (\text{or } -\infty)$$

$$m=-\frac{\infty\text{ cm}}{10\text{ cm}}=-\infty \ (\text{or } +\infty)$$

Geometrisk optik
Problem

En konkav spegel har R = 20 cm.
Ett föremål placeras 5 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\boxed{\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}}$$

$$\boxed{m=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

f = R/2 = 10 cm och s = 5 cm

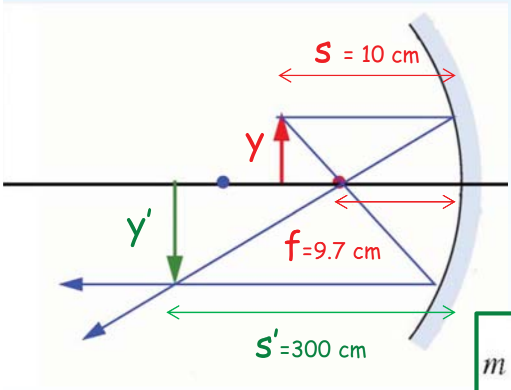
$$\frac{1}{5\text{ cm}}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{10\text{ cm}} \qquad s'=-10\text{ cm}$$

$$m=-\frac{-10\text{ cm}}{5\text{ cm}}=+2$$

Geometrisk optik
Problem

Ett 5 mm stort föremål placeras 10.0 cm framför en konkav spegel och ger en bild på en vägg 3.00 meter bort.

Vad är spegelns radie och brytpunktsavstånd ?
Vad är förstoringen och storleken av bilden ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{10.0\text{ cm}} + \frac{1}{300\text{ cm}} = \frac{2}{R}$$

$$R = 2\left(\frac{1}{10.0\text{ cm}} + \frac{1}{300\text{ cm}}\right)^{-1} = 19.4\text{ cm}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$f = R/2 = 9.7\text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

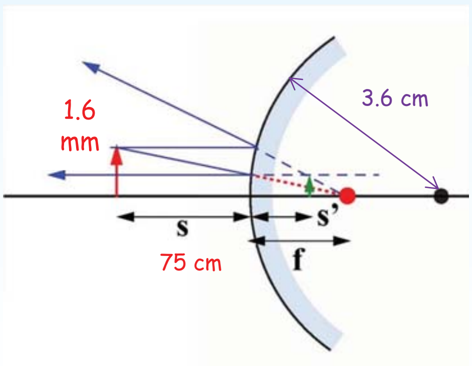
$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{300\text{ cm}}{10.0\text{ cm}} = -30.0$$

Höjden av bilden är 30 x 5 mm = 150 mm

Geometrisk optik
Problem

Jultomten som är 1.60 m hög, speglar sig i en julgranskula som har diametern 7.20 cm på ett avstånd av 0.750 m.
En 1.6 mm stor mygga sitter på hans näsa.

Var hamnar bilden av myggan och hur stor är den ?



$$f = \frac{R}{2} = 7.2 / 2 / 2 = -1.80\text{ cm}$$

f är negativ för en konvex spegel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-1.80\text{ cm}} - \frac{1}{75.0\text{ cm}}$$

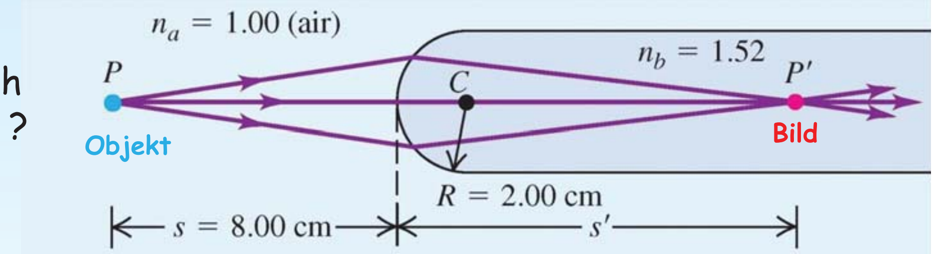
$$s' = -1.76\text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{-1.76\text{ cm}}{75.0\text{ cm}} = 0.0234$$

$$y' = my = 0.0234 \times 1.6\text{ mm} = 3.8 \times 10^{-2}\text{ mm}$$

Geometrisk optik
Problem

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\boxed{\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}}$$

Bildens avstånd

$$\frac{1.00}{8.00\text{ cm}} + \frac{1.52}{s'} = \frac{1.52 - 1.00}{+2.00\text{ cm}}$$

$$s' = +11.3\text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

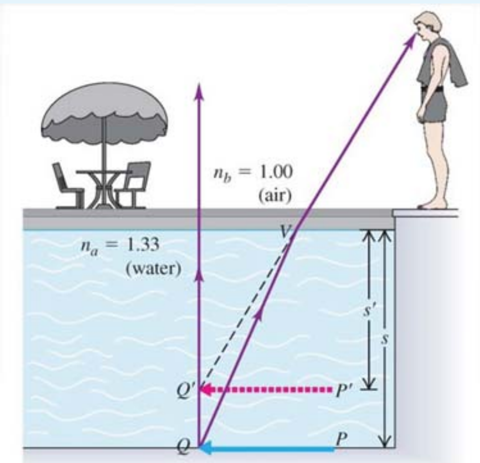
Förstoringen

$$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = -\frac{(1.00)(11.3\text{ cm})}{(1.52)(8.00\text{ cm})} = -0.929$$

Geometrisk optik
Problem

En simbassäng är 2 m djup. En person tittar rakt ner på botten.

Hur djup verkar polen att vara ?



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{1.33}{2.00\text{ m}} + \frac{1.00}{s'} = 0$$

$$s' = -1.50\text{ m}$$

The water in Flathead Lake is so clear that it appears very shallow. Can you believe it's actually 370 feet deep?

Image Credits: National Geographic

This is a simple illusion, but very cool nonetheless.

$n_a / s = -n_b / s'$

$-s'/s = n_b/n_a = 1.00/1.33 = 0.75$

Det vill säga brytningen av ljuset får sjön att se en faktor 0.75 grundare ut.

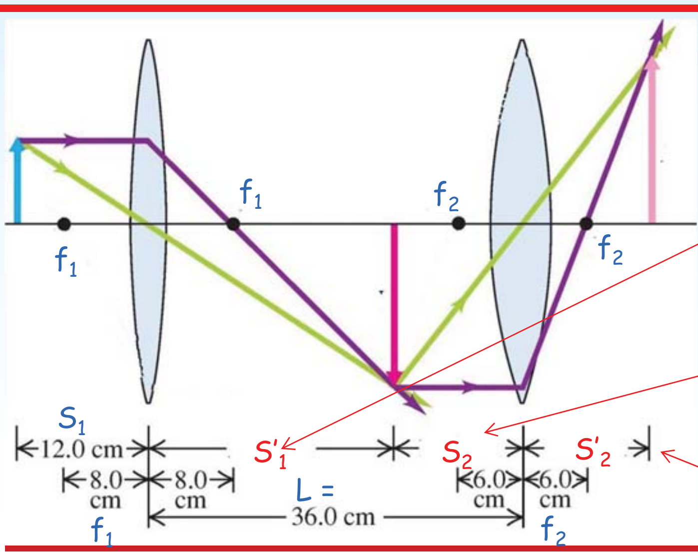
0.75 x 370 feet = 278 feet = 85 m

Sjön ska enligt artikeln se ut som om den är 85 m djup.

Detta stämmer uppenbarligen inte ! Sjön är här bara några meter djup.

Två linser med f_1 = 8.0 cm och f_2 = 6.0 cm placeras 36.0 cm i från varandra. Ett föremål placeras 12.0 cm framför den första linsen.

Var är läget av bilden ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{12.0\text{ cm}} + \frac{1}{S'_1} = \frac{1}{8.0\text{ cm}} \qquad S'_1 = +24.0\text{ cm}$$

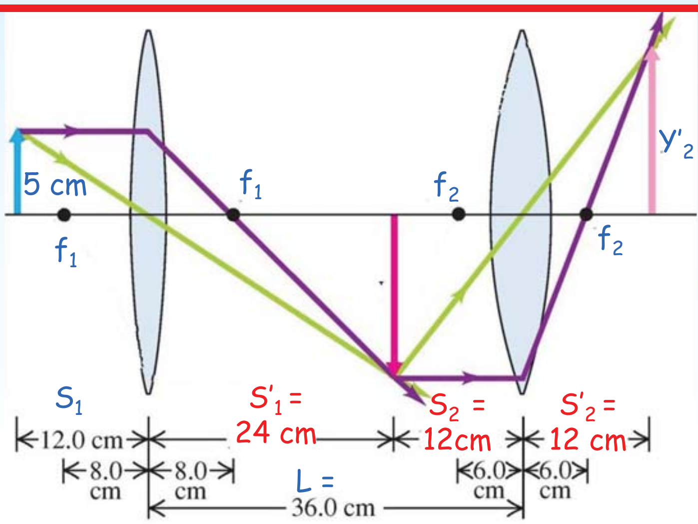
$S_2 = L - S_1' = 36-24 = 12$ cm

$$\frac{1}{12.0\text{ cm}} + \frac{1}{S'_2} = \frac{1}{6.0\text{ cm}} \qquad S'_2 = +12.0\text{ cm}$$

Geometrisk optik
Problem

Två linser med f_1 = 8.0 cm och f_2 = 6.0 cm placeras 36.0 cm i från varandra. Ett föremål som är 5.0 cm högt placeras 12.0 cm framför den första linsen.

Vad är storlekheten Y'_2 av bilden ?

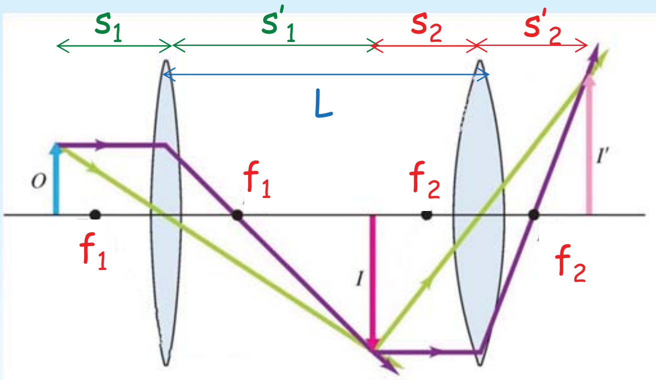


$$m = m_1 m_2 = \frac{s'_1 s'_2}{s_1 s_2}$$

$$m = m_1 m_2 = \frac{24 \cdot 12}{12 \cdot 12} = +2.0$$

Y'_2 = 5.0 x 2.0 = 10 cm

Geometrisk optik
Problem



Givna: s_1, f_1, f_2 and L

Ge ett uttryck för s'_2

$$L = s'_1 + s_2$$

$$s = \frac{s' f}{s' - f}$$

$$s' = \frac{s f}{s - f}$$

$$s_2 = L - s'_1 = L - \frac{s_1 f_1}{s_1 - f_1}$$

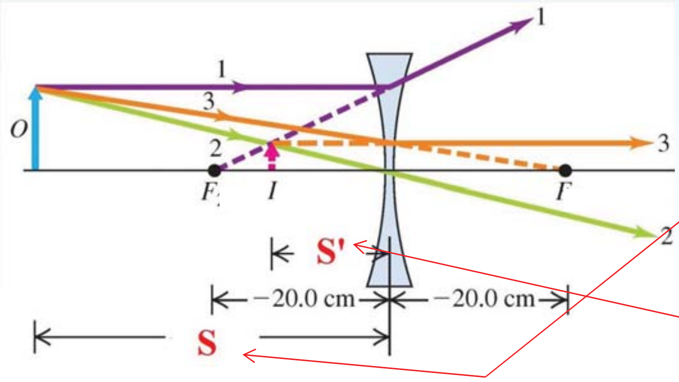
$$s'_2 = \frac{s_2 f_2}{s_2 - f_2} = \frac{L f_2 - \dfrac{s_1 f_1 f_2}{s_1 - f_1}}{L - \dfrac{s_1 f_1}{s_1 - f_1} - f_2}$$

Geometrisk optik
Problem

En divergerande lins har brännpunktsavståndet 20.0 cm.
Förstoringen är 1/3.

Vad är läget av objektet och bilden ?

$$\boxed{m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}} \;\Rightarrow\; m = -\frac{s'}{s} = \frac{1}{3} \;\Rightarrow\; s' = -\frac{s}{3} \;\Rightarrow\; \boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}}$$



f = - 20.0 cm

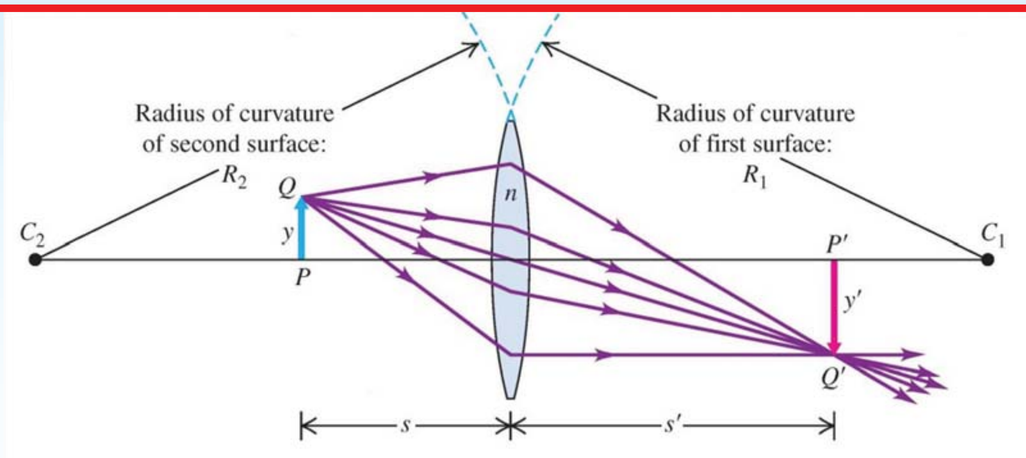
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{-s/3} = \frac{1}{s} - \frac{3}{s} = -\frac{2}{s} = \frac{1}{f}$$

$$s = -2f = -2(-20.0\text{ cm}) = 40.0\text{ cm}$$

$$s' = -\frac{s}{3} = -\frac{40.0\text{ cm}}{3} = -13.3\text{ cm}$$

Geometrisk optik
Problem

En dubbel konvex lins har $R_1 = R_2 = 10$ cm och n = 1.52
Vad är brännpunktsavståndet ?



$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = (1.52 - 1)\left(\frac{1}{+10\text{ cm}} - \frac{1}{-10\text{ cm}}\right)$$

$$f = 9.6\text{ cm}$$

Geometrisk optik
Problem

En telefoto lins har brännpunktsavståndet 200 mm och f-värden mellan f/2.8 och f/22.

Vilka bländardiametrar motsvarar f/2.8 och f/22 ?

Vad är skillnaden i exponering mellan f/2.8 och f/22 ?

$f_{nummer} = f / D$

$$D = \frac{f}{f\text{-number}} = \frac{200\text{ mm}}{2.8} = 71\text{ mm}$$

$$D = \frac{200\text{ mm}}{22} = 9.1\text{ mm}$$

Exponering $\sim 1 / f_{nummer}^2$

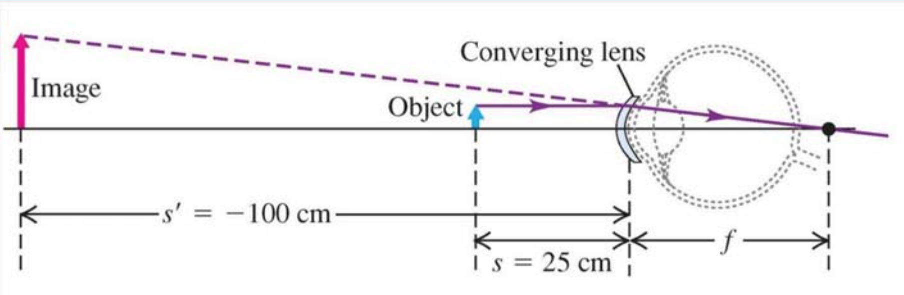
Maximal exponering = $C / 2.8^2$
Minimal exponering = $C / 22^2$

Maximal / Minimal = $22^2 / 2.8^2 = 62$

Geometrisk optik
Problem

Ett översynt öga har närpunkten på ett avstånd av 100 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att närpunkten ska flyttas till 25 cm ?



Med ett föremål på s = 25 cm från korrektionslinsen vill vi att bilden ska hamna vid s' = 100 cm för det är den närmsta punkten ögat kan se skarpt.

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}} = \frac{1}{+25\text{ cm}} + \frac{1}{-100\text{ cm}}$$

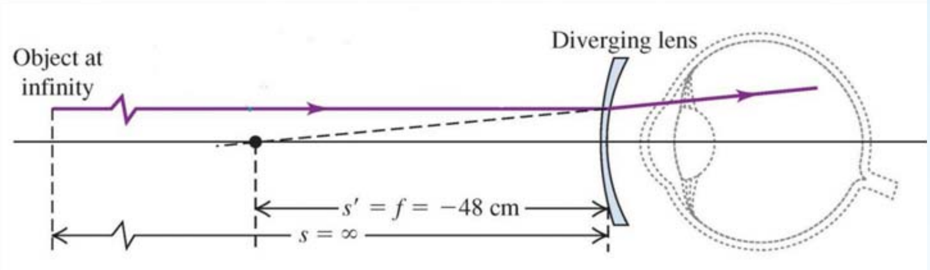
$$f = +33\text{ cm}$$

Lins styrka = $1/f = 1/0.33\ m^{-1} = 3$ dioptrier

Geometrisk optik
Problem

Ett närsynt öga har fjärrpunkten på ett avstånd av 50 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att korrigera ögat om linsen sitter 2 cm framför ögat?



Linsen ska flytta fjärrpunkten från 50 cm till oändligt långt bort. Korrektionslinsen ska därför ha
s = oändligheten och
s' = 50-2 = 48 cm.

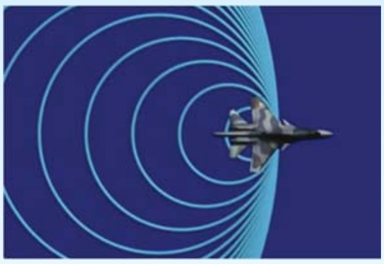
$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-48 \text{ cm}}$$

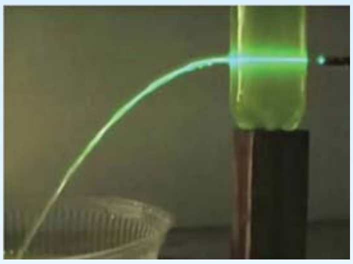
$$f = -48 \text{ cm}$$

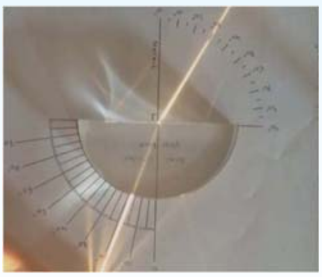
OBS

Lins styrka = 1/f = -1/0.48 m^{-1} = -2.1 dioptrier

Vågrörelselära och optik





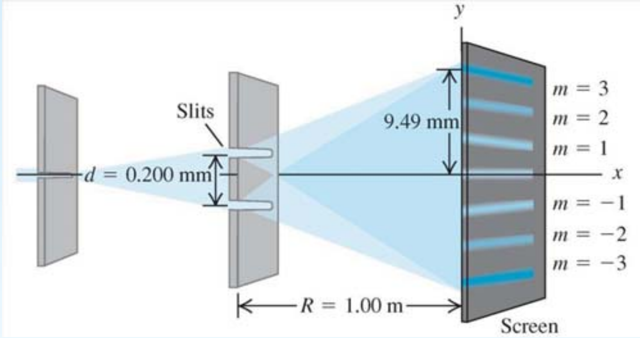


Kapitel 35 - Interferens

Interferens Problem

Y = 9.49 mm för linjen med m = 3

Vad är ljusets våglängd ?



$$y_m = R\frac{m\lambda}{d}$$

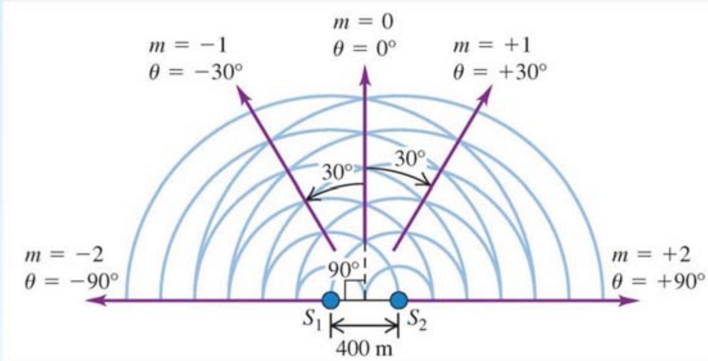
$$\lambda = \frac{y_m d}{mR} = \frac{(9.49 \times 10^{-3}\ \text{m})(0.200 \times 10^{-3}\ \text{m})}{(3)(1.00\ \text{m})}$$
$$= 633 \times 10^{-9}\ \text{m} = 633\ \text{nm}$$

Interferens Problem

Två antenner skickar ut radiovågor med f = 1500 kHz.

De sitter 400 m ifrån varandra.

Varför blir intensiteten störst för 0, 30 och 90 grader ?



$$d \sin\theta = m\lambda$$

$$d = 400\ \text{m}$$

$$\lambda = c/f = 200\ \text{m}$$

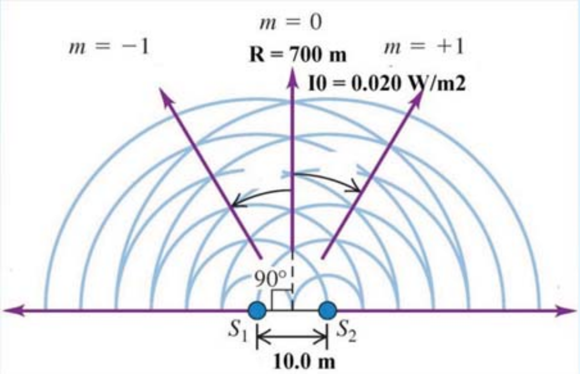
$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{m(200\ \text{m})}{400\ \text{m}} = \frac{m}{2}$$

$$\theta = 0,\ \pm 30°,\ \pm 90°$$

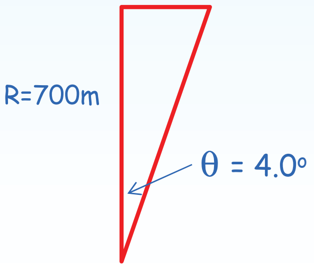
Interferens Problem

Två antenner skickar ut radiovågor med f = 60.0 MHz. De sitter 10.0 m ifrån varandra. Intensiteten är 0.020 W/m^2 på ett avstånd av 700 m för m = 0.

Vad blir intensiteten på avståndet 700 m för $\theta = 4.00^{\circ}$?



$y = 700 \tan(4.0^{\circ}) = 48.9$ m



$$I = I_0 \cos^2\frac{\phi}{2} = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d y}{\lambda R}\right)$$

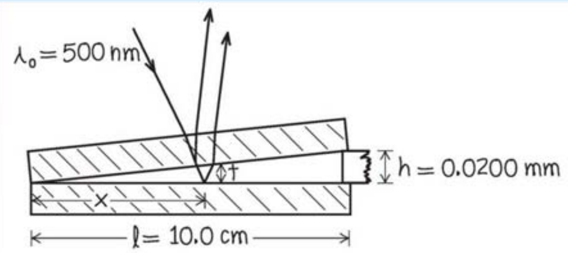
$$\lambda = c/f = 5.00 \text{ m}$$

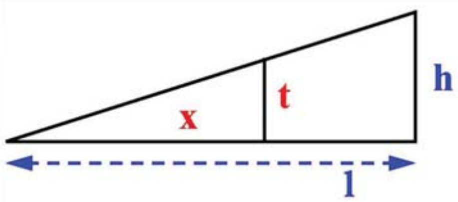
d = 10.0 m

$$I = 0.020 \cos^2(\pi \cdot 10.0 \cdot 48.9 / (5.00 \cdot 700)) = 0.016 \text{ W/m}^2$$

Interferens Problem

Två tunna 10.0 cm långa glasplattor är separerade i ena änden av ett papper som är 0.02 mm tjockt. Ljus med våg-längden 500 nm skapar mörka interferens linjer. Vad blir avståndet mellan linjerna ?





$$\frac{t}{x} = \frac{h}{l}$$

$$2t = \frac{2xh}{l}$$

Destruktiva reflektioner: $2t = m\lambda \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots)$

$$\frac{2xh}{l} = m\lambda_0$$

$$x = m\frac{l\lambda_0}{2h} = m\frac{(0.100 \text{ m})(500 \times 10^{-9} \text{ m})}{(2)(0.0200 \times 10^{-3} \text{ m})} = m(1.25 \text{ mm})$$

Successive dark fringes, corresponding to $m = 1, 2, 3, \ldots$, are spaced 1.25 mm apart.

Interferens
Problem

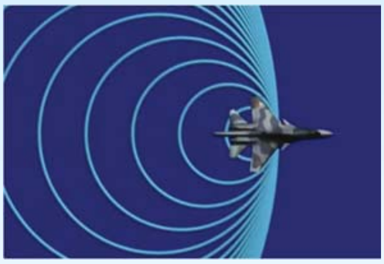
Ett tunt lager av MgF_2 med n=1.38 stoppas på glas med n = 1.52 för att stoppa reflektionen av ljus med våglängden 550 nm.

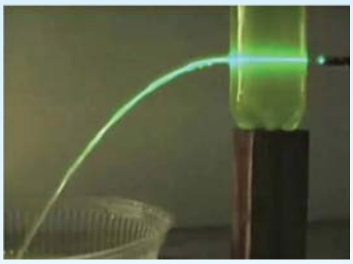
Hut tjockt behöver MgF_2 skiktet vara ?

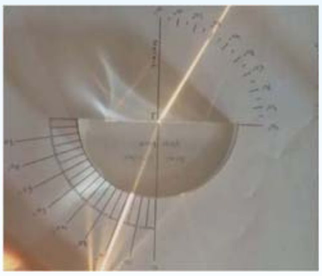
$\lambda_{film} = \lambda_{luft} / n_{film} = 550 \text{ nm} / 1.38 = 400 \text{ nm}$

Film tjocklek: $t = \lambda_{film} / 4 = 400 / 4 = 100 \text{ nm}$

Vågrörelselära och optik



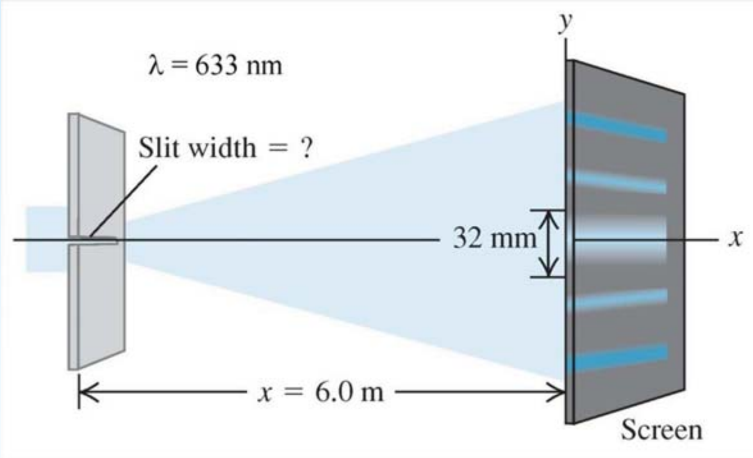




Kapitel 36 - Diffraktion

Diffraktion Problem

Hur bred är spalten ?



$$y_m = x\frac{m\lambda}{a}$$

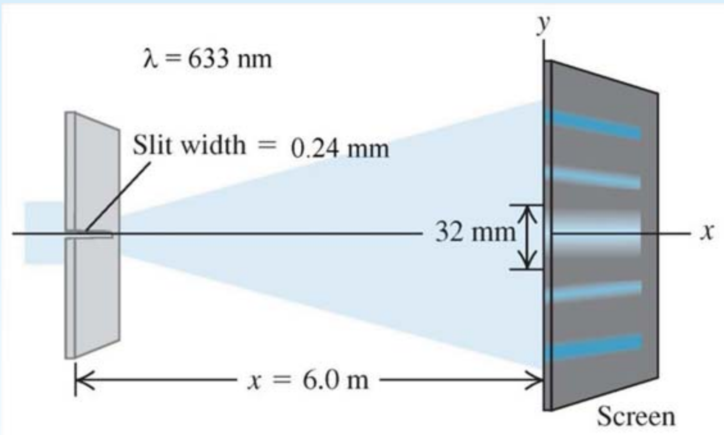
$$y = (32\text{ mm})/2 = 16\text{ mm}$$

$$a = \frac{x\lambda}{y} = \frac{(6.0\text{ m})(633\times10^{-9}\text{ m})}{16\times10^{-3}\text{ m}} = 2.4\times10^{-4}\text{ m} = 0.24\text{ mm}$$

Diffraktion Problem

Intensiteten i central toppen är I_0.

Vad blir intensiteten 3.0 mm bort från denna topp ?



λ = 633 nm
x = 6.00 m
a = 0.24 mm
y = 3.0 mm

$$\tan\theta = y/x = (3.0\times10^{-3}\text{ m})/(6.0\text{ m}) = 5\times10^{-4} = \sin(\theta)$$

$$\boxed{\beta = \frac{2\pi}{\lambda}a\sin\theta} = \frac{2\pi(2.4\times10^{-4}\text{ m})(5.0\times10^{-4})}{6.33\times10^{-7}\text{ m}} = 1.20\text{ rad}$$

$$\boxed{I = I_0\left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2} = I_0\left(\frac{\sin 0.60}{0.60}\right)^2 = 0.89I_0$$

Diffraktion
Problem

Intensiteten i central toppen i ett singel spalt spektrum är I_0.

Vad är intensiteten i en punkt där fasskillnaden mellan vågor från toppen och botten av spalten är 66 radianer ?

Om denna punkt är 7.0^{o} från central toppen, hur många våglängder bred är spalten ?

β = 66 rad

$$I = I_0\left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2$$

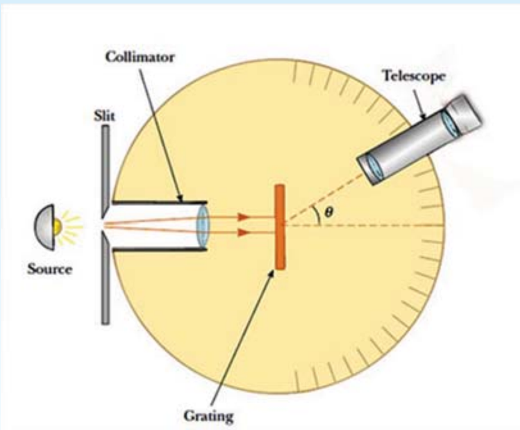
$$I = I_0\left[\frac{\sin(33\text{ rad})}{33\text{ rad}}\right]^2 = (9.2\times10^{-4})I_0$$

θ = 7.0°

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}a\sin\theta$$

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{\beta}{2\pi\sin\theta} = \frac{66\text{ rad}}{(2\pi\text{ rad})\sin 7.0°} = 86$$

Diffraktion
Problem



https://www.youtube.com/watch?v=b85paV77dS8

Gitter: 1000 spalter per mm Första maximum vid 24^{o} Vad är λ ?

$$d\sin\theta = m\lambda$$

med

d = 1 mm / 1000 slits = 10^{-6} m

θ = 24°

λ = d sin(θ) = 10^{-6} sin(24°) = 0.407 x 10^{-6} = 407 nm