

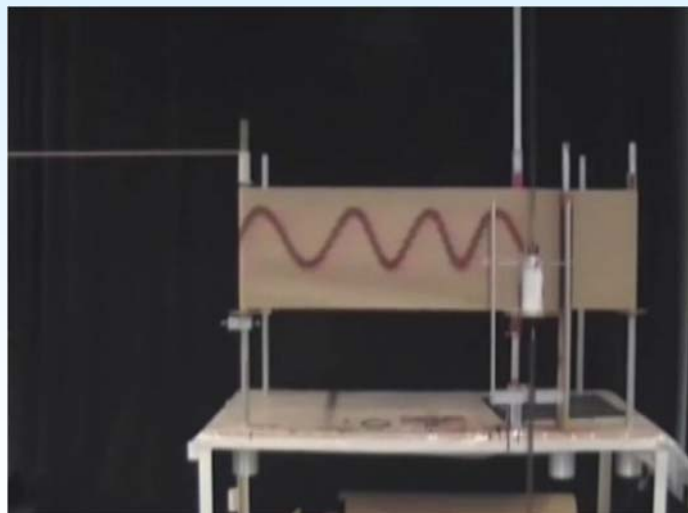
Kapitel 14 - Harmonisk oscillator

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

1

Harmonisk Svängning Experiment

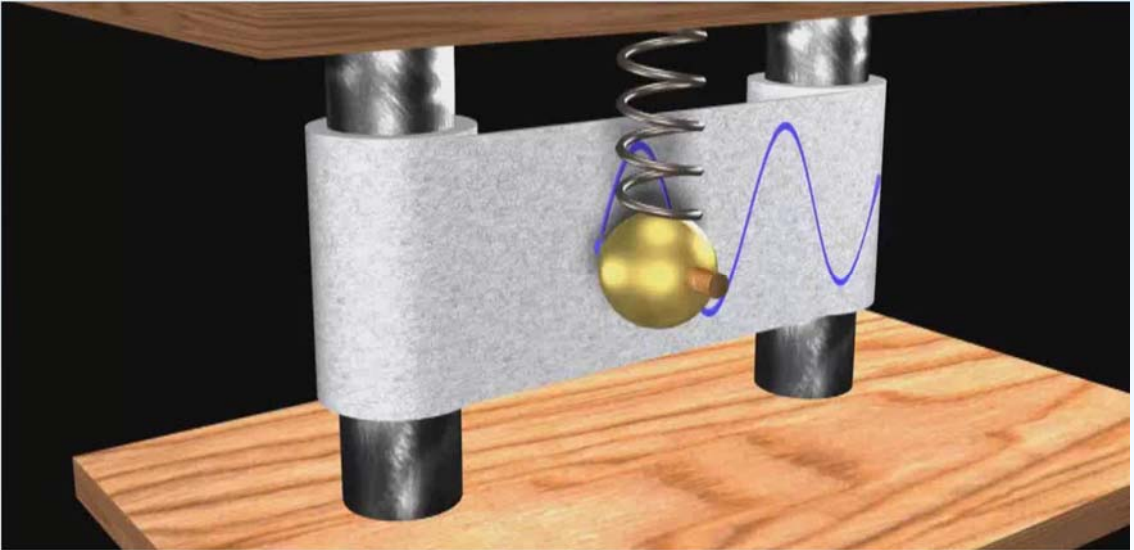
Ett experiment som hjälper oss att hitta en matematisk beskrivning av harmonisk svängning:



<https://www.youtube.com/watch?v=p9uhmjbZn-c>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

2

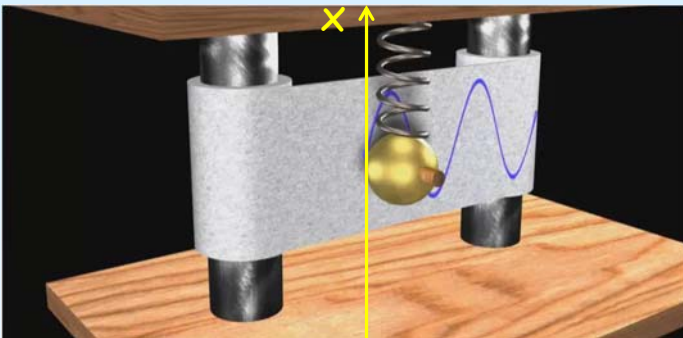


Slutsats: Harmonisk svängning kan beskrivas av funktionen

$$x = A \sin(Bt + C)$$

om t är tiden och A , B och C är konstanter som beskriver rörelsen.

Harmonisk Svängning Funktionen



x : Vertikal förflyttning. Enhet: meter

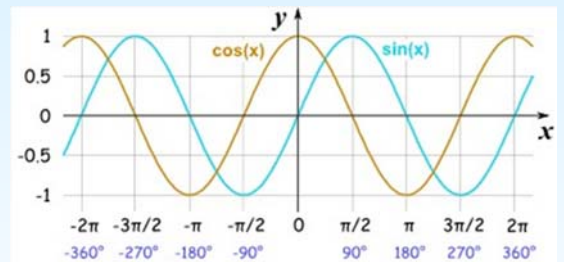
t : Tid. Enhet: sekund

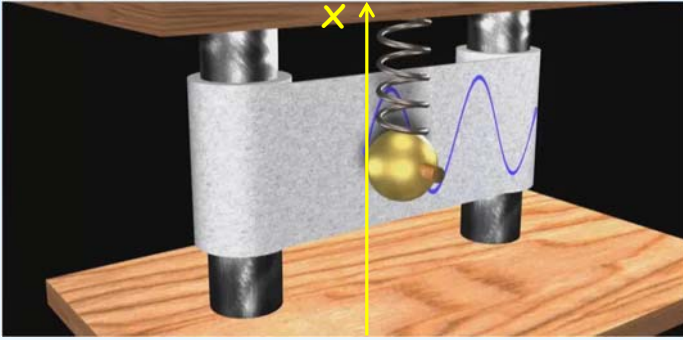
A : Amplitud (maximal förflyttning). Enhet: meter

$B = \omega$: Vinkel frekvens (antal svängningar per sekund gånger 2π).
Enhet: Radianer per sekund

$C = \phi$: Fas vinkel (bestämmer läget vid tiden = 0). Enhet: radianer

$$x = A \sin(Bt + C) \text{ eller } x = A \cos(Bt + C - \pi/2)$$





$$X = A \sin(\omega t + \phi')$$

eller

$$X = A \cos(\omega t + \phi)$$

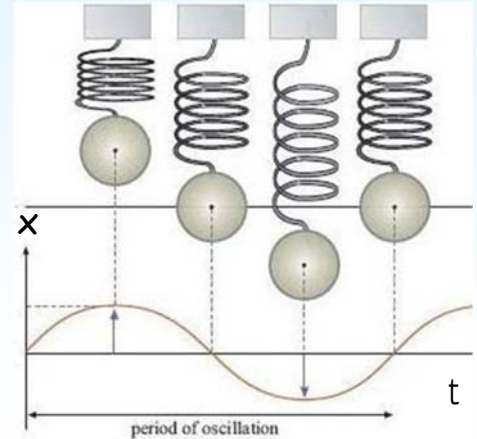
T: Period = tiden det tar för massan att åka upp och ner. **Enhet: sekund**

f: Frekvens = Antalet perioder per sekund.
Enhet: 1/sekund = Hz

$$f = 1 / T$$

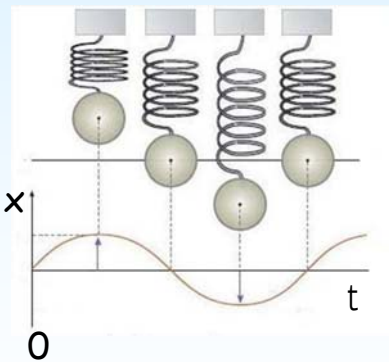
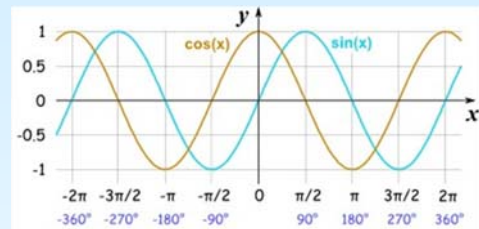
$$\omega = 2\pi f$$

Formelsamling



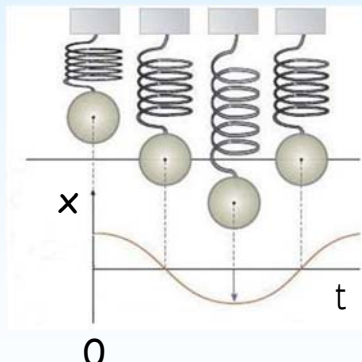
$$x = A \sin(\omega t + \phi') \text{ eller } x = A \cos(\omega t + \phi)$$

Fas vinkeln (ϕ) bestämmer läget vid tiden = 0.
För då gäller: $x = A \sin(\phi')$ eller $x = A \cos(\phi)$



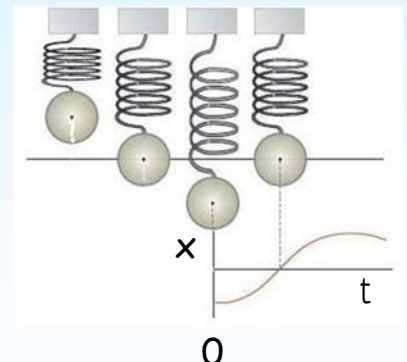
$$X = A \sin(\omega t)$$

$$X = A \cos(\omega t - \pi/2)$$



$$X = A \cos(\omega t)$$

$$X = A \sin(\omega t + \pi/2)$$



$$X = A \cos(\omega t + \pi)$$

$$X = A \sin(\omega t - \pi/2)$$



Harmonisk Svängning v och a



Vi har nu en matematisk beskrivning av läget
(den vertikala förflyttningen).

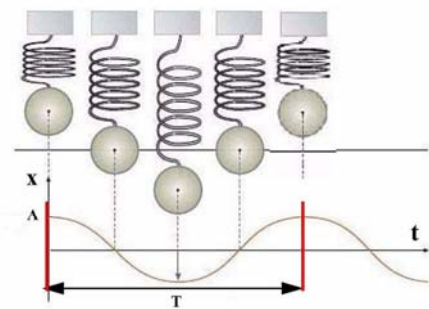
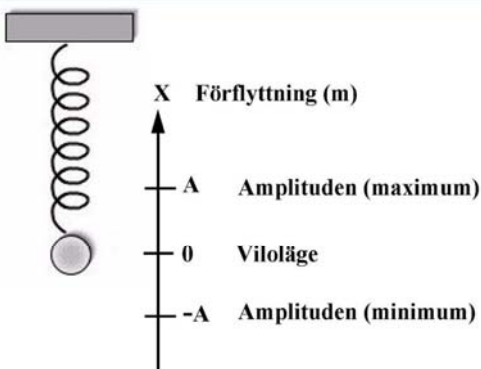
Vad är hastigheten och accelerationen ?

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$



Harmonisk Svängning Sammanfattning



$$\phi = \arccos(x_0 / A) = \arccos(A / A) = 0$$

- x** Förflyttning (m)
- A** Amplitud (m)
- t** Tid (s)
- T** Period (s)
- f** Frekvens (Hz) = $1 / T$
- ω** Vinkelfrekvens (rad/s) = $2\pi / T = 2\pi f$
- ϕ** Fasvinkel (rad) = $\arccos(x_0 / A)$

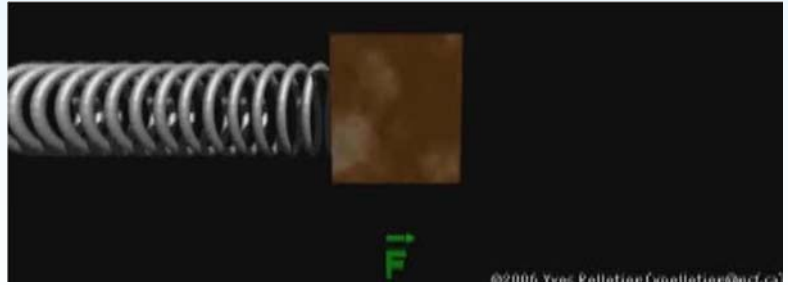
$$x = A \cos(\omega t + \phi) \rightarrow x_{\max} = A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \rightarrow v_{\max} = \omega A$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \rightarrow a_{\max} = \omega^2 A$$



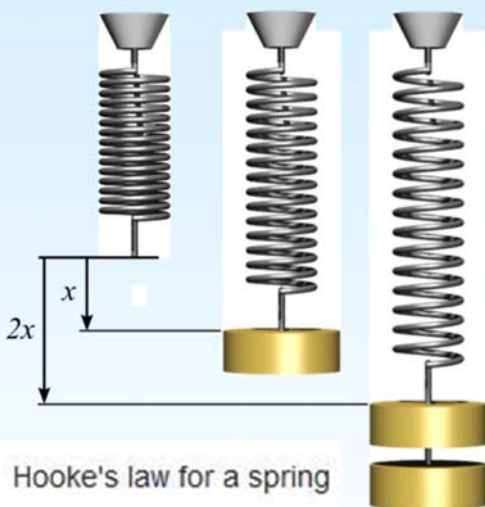
Fjädrar, Hookes lag & Krafter



https://www.youtube.com/watch?v=_ca770YbeZw



Harmonisk Svängning Fjädern

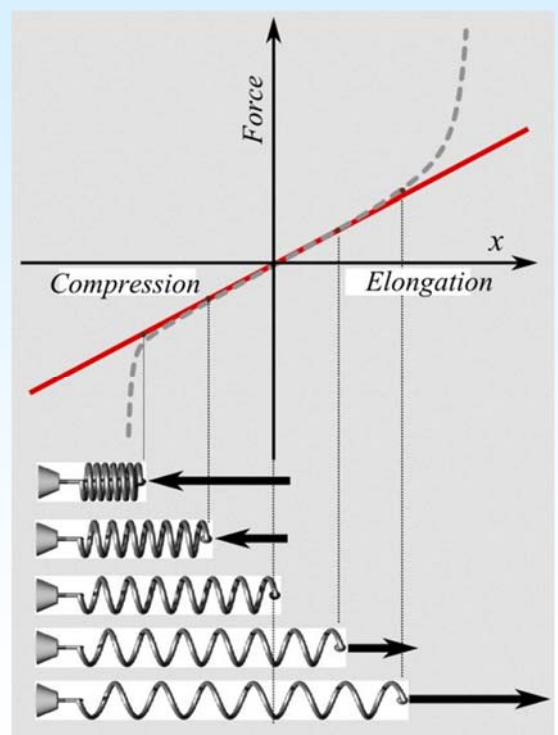


Hooke's law for a spring

$$F = -kX$$

Formelsamling

k = fjäderkonstanten
beskriver hur styv fjädern är



Newton's first law of motion: A body acted on by no net force moves with constant velocity (which may be zero) and zero acceleration.

Newton's second law of motion: If a net external force acts on a body, the body accelerates. The direction of acceleration is the same as the direction of the net force. The mass of the body times the acceleration of the body equals the net force vector.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{Newton's second law of motion})$$

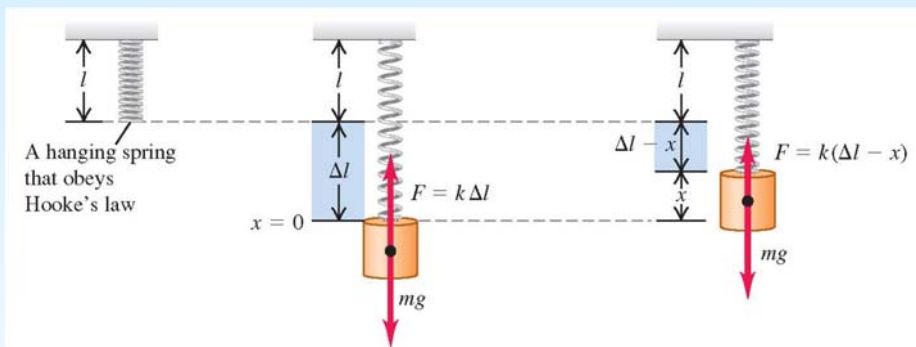


Vincent Hedberg - Lunds Universitet

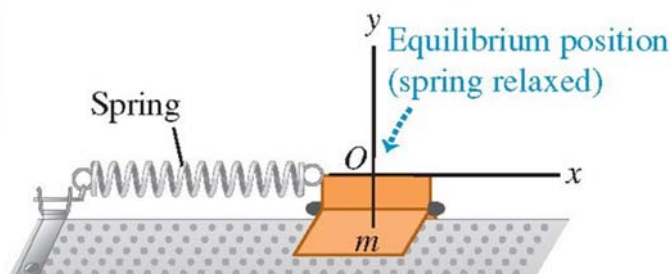
11

Harmonisk Svängning: Fjädern

Vertikal svängning
Gravitationen drar ut fjädern till ett nytt jämviktsläge.



Horisontell svängning
Detta är inte fallet om fjädern är horisontell.



Svängningarna blir emellertid de samma !

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

12

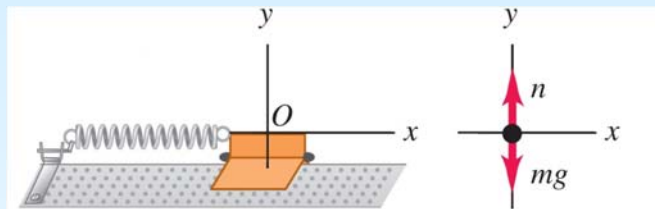
Horisontell svängning på en luftkudde



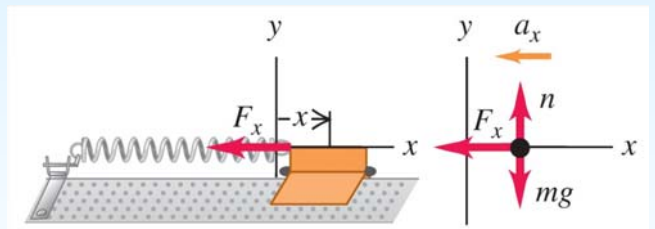
<https://www.youtube.com/watch?v=9nLedU7qvww>

Harmonisk Svängning Krafter

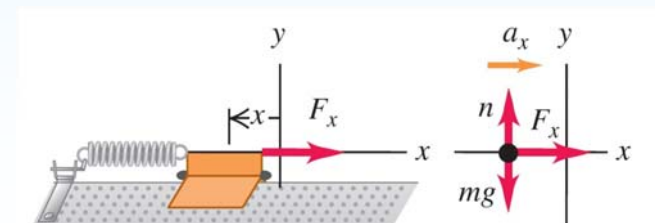
$$x = 0 \quad F_{\text{total}} = 0 \quad a_x = 0$$

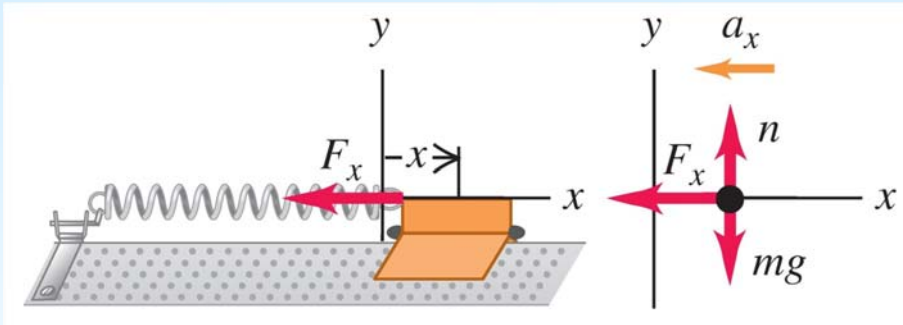


$$x > 0 \quad F_{\text{total}} < 0 \quad a_x < 0$$



$$x < 0 \quad F_{\text{total}} > 0 \quad a_x > 0$$





$$F_x = -kx \quad (\text{restoring force exerted by an ideal spring})$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{Newton's second law of motion})$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (\text{simple harmonic motion})$$

Gamla
formler:

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

$$a_x = -\omega^2 x$$

Ny formel:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (\text{simple harmonic motion})$$

Kombinera:

$$-\omega^2 x = -\frac{k}{m}x$$

Formelsamling

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Frekvensen beror
av två saker:

1. Fjäderkonstanten
2. Massan



Harmonisk Svängning Krafter



Man kan se på svängningarna på ett annat sätt:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (\text{simple harmonic motion})$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Detta är en differential
ekvation som har lösningen:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$-\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) + \frac{k}{m} A\cos(\omega t + \varphi) = 0$$

$$-\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) + \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = 0$$



Harmonisk Svängning Krafter



Öka massan



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Frekvensen minskar

Öka fjäderkonstanten

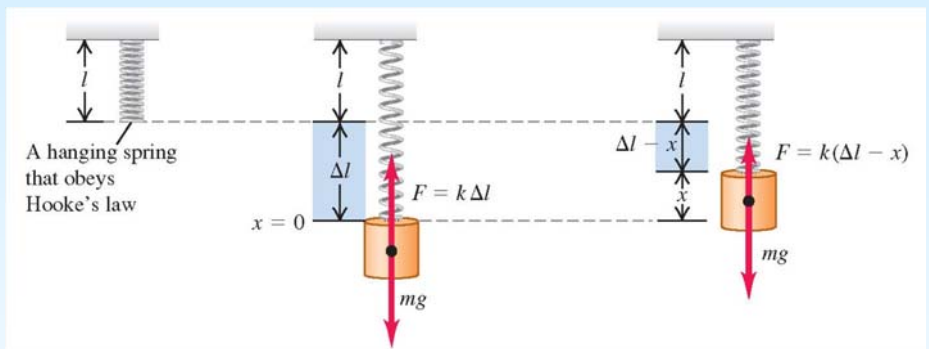


Frekvensen ökar

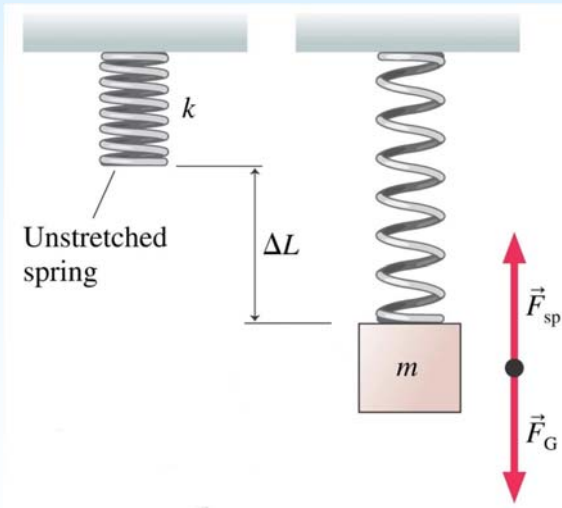
Vertikal svängning



**Vertikal
svängning**
Gravitationen
drar ut fjädern
till ett nytt
jämviktsläge.



Utan svängningar: Hur mycket drages fjädern ut ?



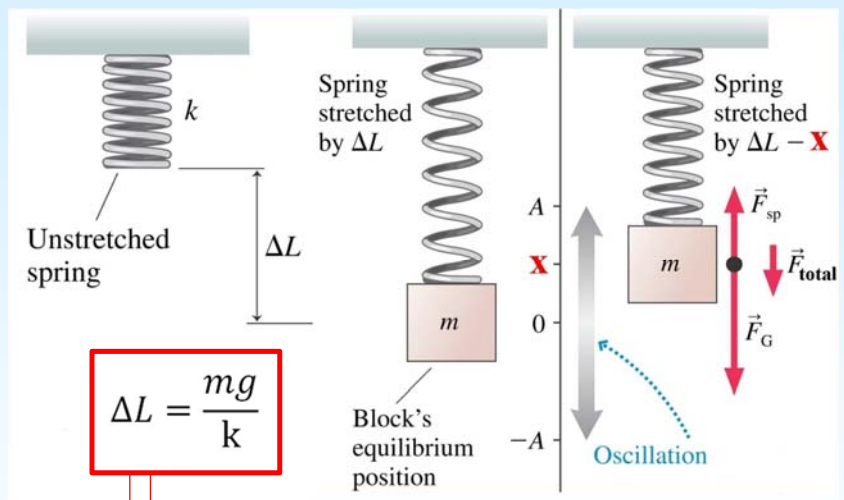
$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{sp} - \vec{F}_G = k\Delta L - mg$$

$$\vec{F}_{total} = m\vec{a} = 0$$

$$\Delta L = \frac{mg}{k}$$

Med svängningar:

Summera krafterna !



$$\Delta L = \frac{mg}{k}$$

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{sp} - \vec{F}_G = k(\Delta L - x) - mg = -kx$$



Harmonisk Svängning

Vertikal svängning



Hookes lag:

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{sp} - \vec{F}_G = -kx$$

Newtons lag:

$$\vec{F}_{total} = m\vec{a} \neq 0$$

$$-kx = m\vec{a} = m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$$



$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{k}{m}x = 0$$



Denna differential ekvation har följande lösning:

Formelsamling

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Harmonisk Svängning



Formelsamling

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{simple harmonic motion})$$

Formelsamling

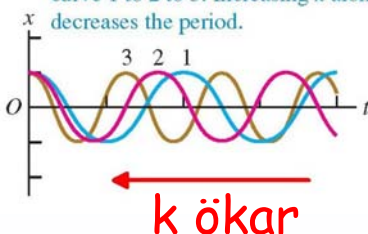
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{simple harmonic motion})$$

Observera: f och T beror enbart på k och m .
Inte på amplituden !

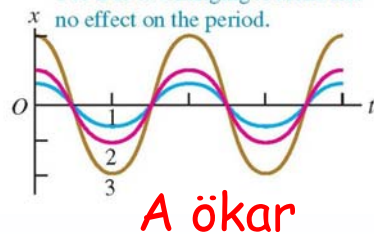
Mass m increases from curve 1 to 2 to 3. Increasing m alone increases the period.



Force constant k increases from curve 1 to 2 to 3. Increasing k alone decreases the period.



Amplitude A increases from curve 1 to 2 to 3. Changing A alone has no effect on the period.

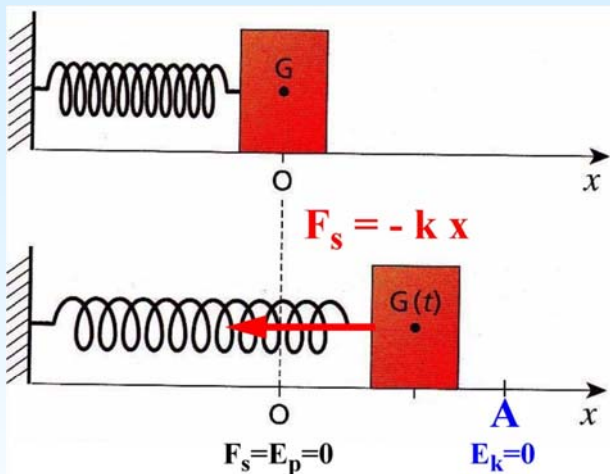


Energi och harmoniska svängningar



https://www.youtube.com/watch?v=PL5g_IwrC5U

Harmonisk Svängning Energi

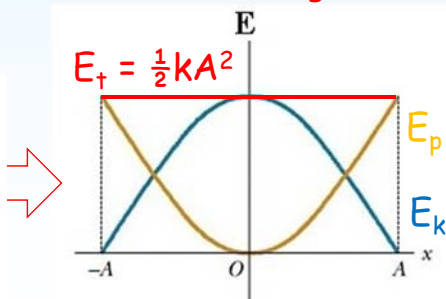


Total mekaniska energin är konstant

Kinetisk energi: $E_k = \frac{mv^2}{2}$ där $v = -\omega A \sin(\omega t)$

Potentiell energi: $E_p = \frac{kx^2}{2}$ där $x = A \cos(\omega t)$

Total energi: $E_t = E_k + E_p = \frac{kA^2}{2}$ (ty $E_k = 0$ för $x = A$)





Harmonisk Svängning Energi



$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$E_t = E_p + E_k = \frac{1}{2} k A^2 [\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)] = \frac{1}{2} k A^2$$

Formelsamling

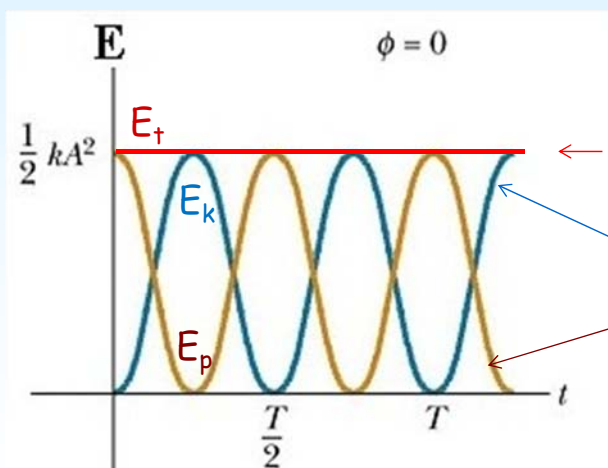
$$E = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 = \text{konst.}$$



Harmonisk Svängning Energi



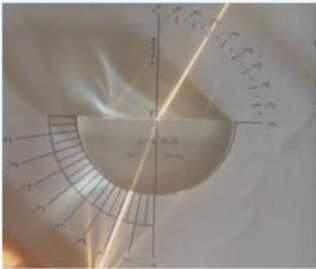
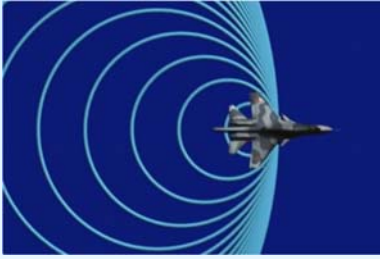
Energins tidsberoende beskrivs av kvadraten av sinus funktioner



$$E_t = E_p + E_k = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t)$$



Kapitel 15 - Mekaniska vågor

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

29

Mekaniska vågor: Transversella vågor

Transversella vågor



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

30

Mekaniska vågor: Transversella vågor

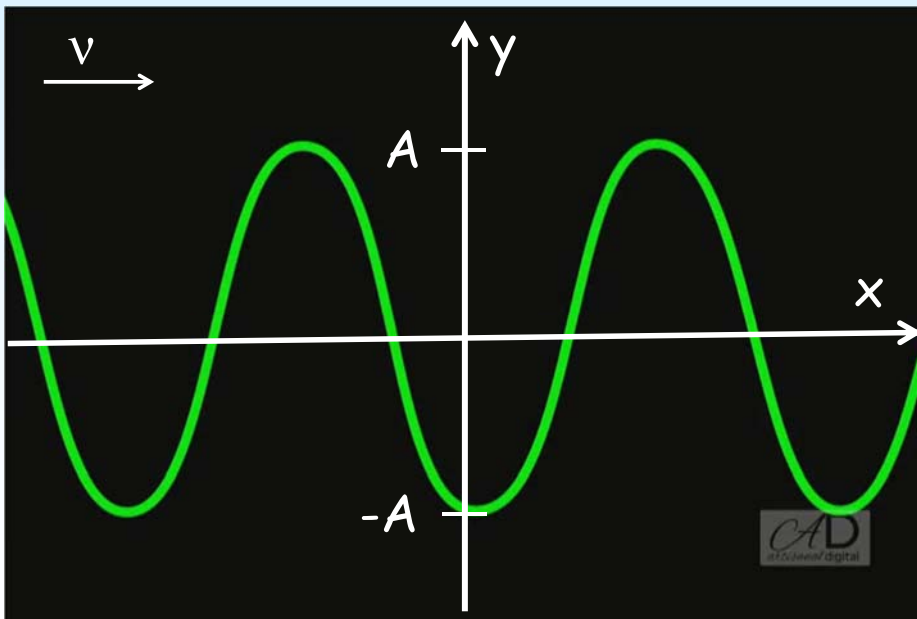


Transversell våg: Mediumet rör sig i transversell riktning mot vågens färdriktning.

<https://www.youtube.com/watch?v=FUBGrH-PbsU>

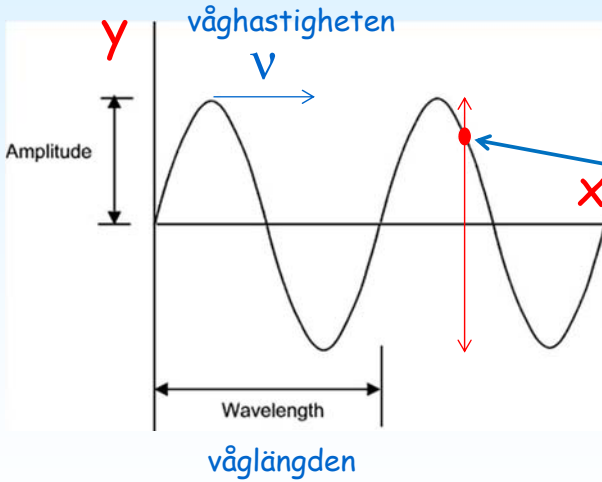
Mekaniska vågor: Transversella vågor

En speciell transversell våg är den sinusformade vågen:

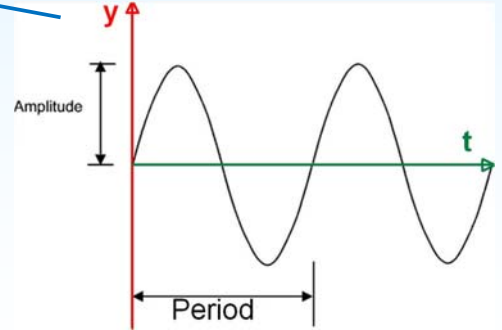


Mekaniska vågor: Transversella vågor

Transversella sinus vågor

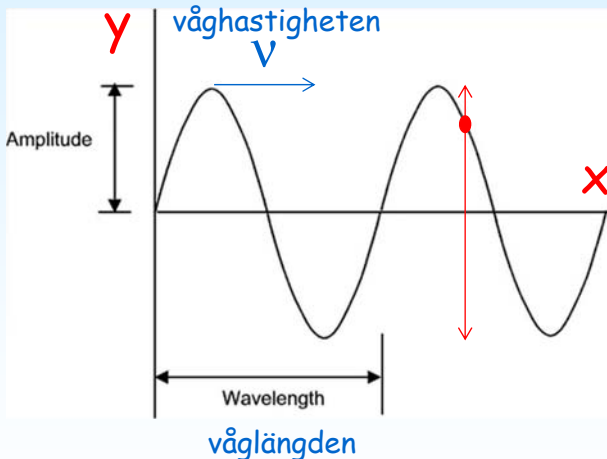


Varje punkt på vågen rör sig upp och ner som en harmonisk svängning med perioden T .



Mekaniska vågor: Transversella vågor

Definitioner:



A : Amplitud (m)

T : Period (s)

λ : Våglängd (m)

v : Vågshastighet (m/s) = λ / T

f : Frekvens (Hz) = $1 / T$

ω : Vinkelfrekvens (radianer /s) = $2 \pi f$

k : Vågtalet (radianer /m) = $2 \pi / \lambda$

Longitudinella vågor



Longitudinella vågor:
Mediumet rör sig i vågens rörelseriktning.

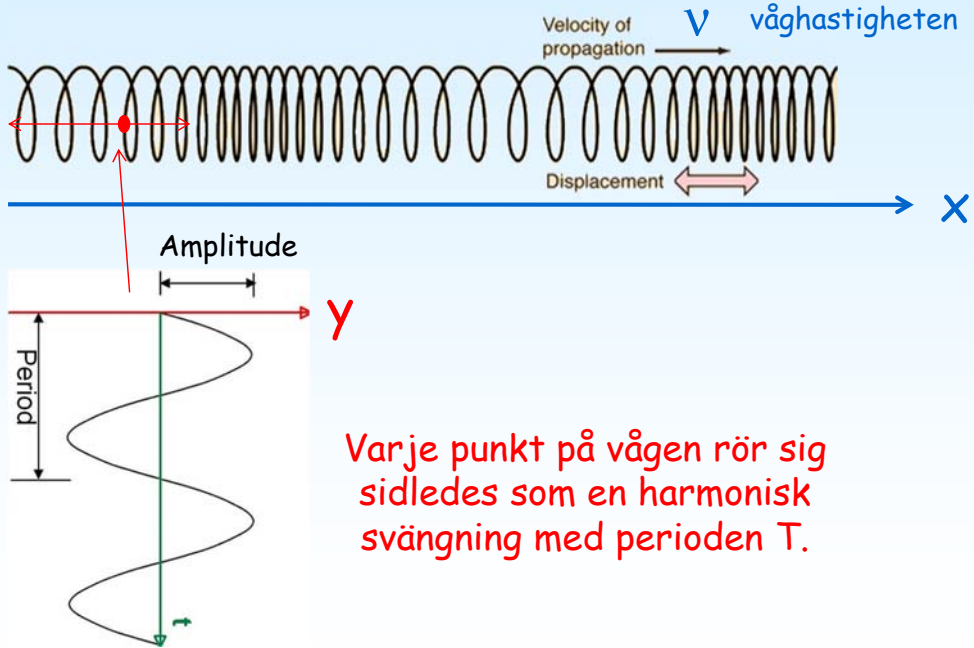




Mekaniska vågor: Longitudinella vågor



Longitudinella sinus vågor



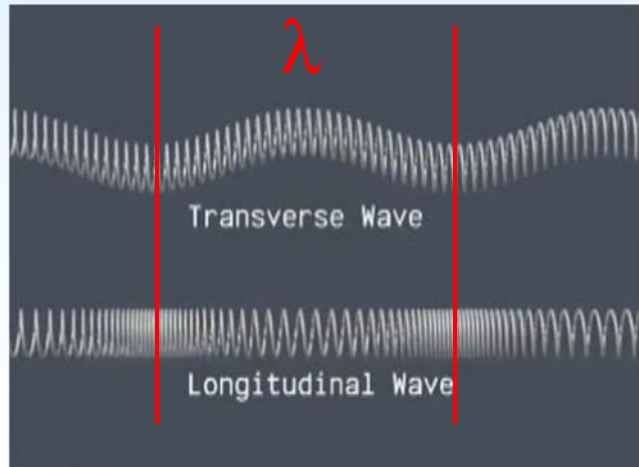
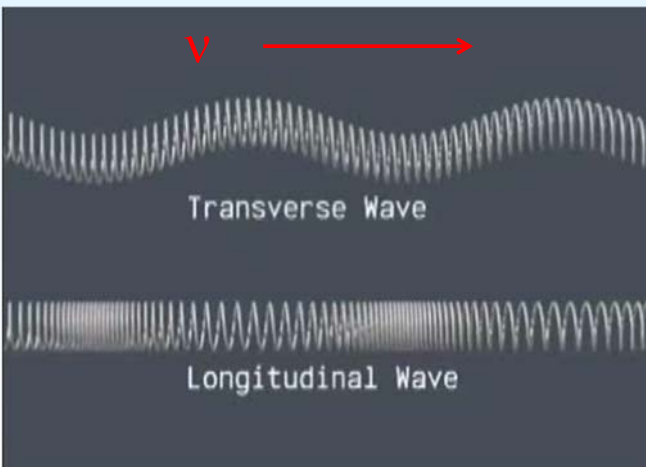
Mekaniska vågor: Longitudinella vågor



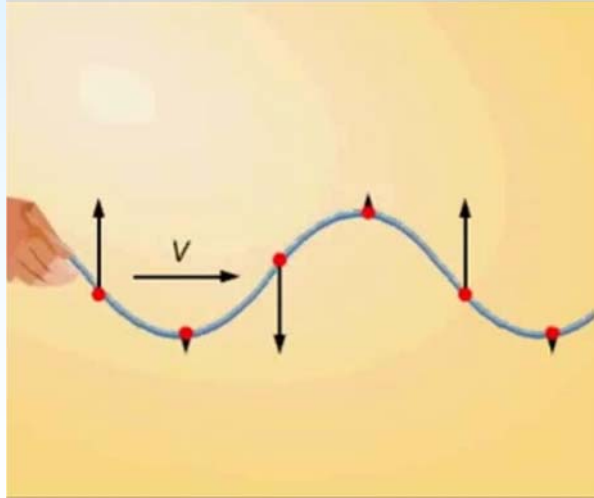
Vad är våglängden (λ) för en sinus våg ?

Vad är våghastigheten (v) ?

$$v = \lambda / T$$

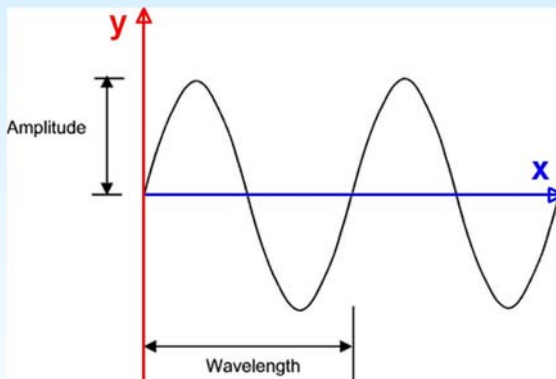


Vågfunktionen

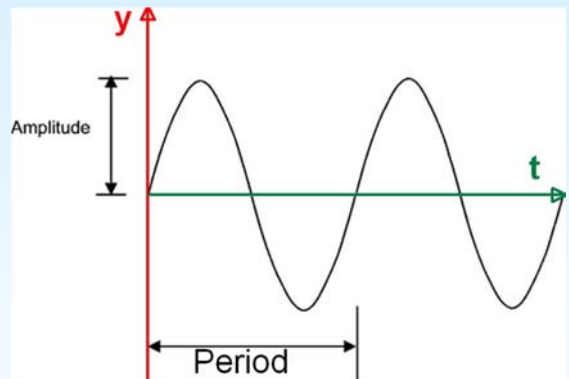


Mekaniska vågor: Vågfunktionen

Höjden av vågen som funktion av
avståndet x :



Höjden av vågen som funktion av
tiden t :

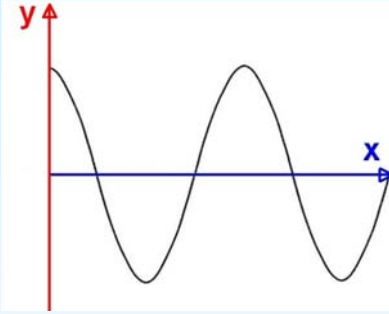


Vågfunktionen $y(x,t)$:

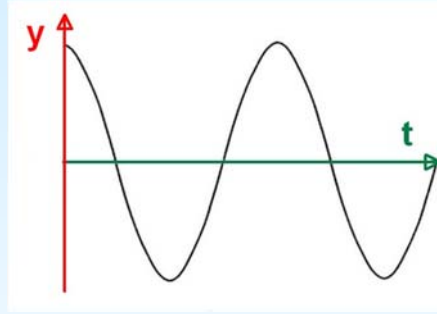
Vågfunktionen beskriver höjden av vågen som funktion av både
avstånd och tid.



Mekaniska vågor: Vågfunktionen



$$y(x, t = 0) = A \cos kx$$



$$y(x = 0, t) = A \cos \omega t$$

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (\text{sinusoidal wave moving in } +x\text{-direction})$$

+ om vågen rör sig i den negativa x riktningen



Mekaniska vågor: Vågfunktionen



$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (\text{sinusoidal wave moving in } +x\text{-direction})$$

Amplitud: A

Vågtal:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Vinkelfrekvens:

$$v = \lambda / T$$
$$f = 1 / T$$

Formelsamling

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \lambda / T = (2\pi/k) / (2\pi/\omega) = \omega / k$$



Mekaniska vågor: Sammanfattning



Vågfunktionen:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Hastighet och acceleration:

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

$$a_y(x, t) = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos(kx - \omega t) = -\omega^2 y(x, t)$$

Vågekvationen:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

Våghastighet:

$$v = \lambda / T = \omega / k$$



Mekaniska vågor Våg hastighet



Våg hastighet och sträng egenskaper



<https://www.youtube.com/watch?v=ttgLyWFINJI>

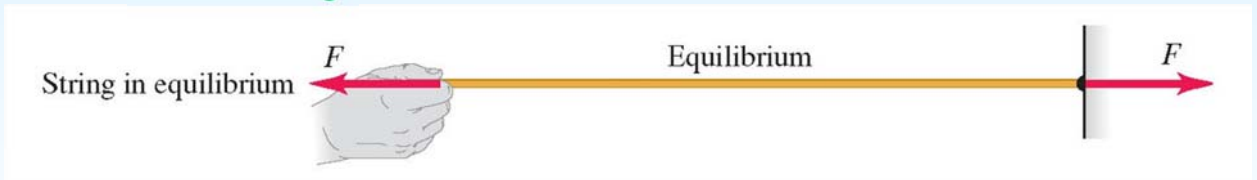
Våghastigheten beror på två saker:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Formelsamling

Spännkraften

Strängens massa per längdenhet



Mer generellt:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Restoring force returning the system to equilibrium}}{\text{Inertia resisting the return to equilibrium}}}$$

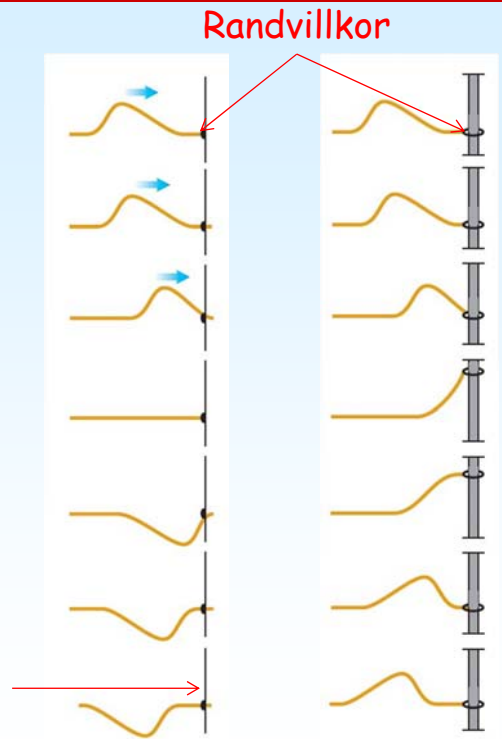
Reflektion av vågor



Reflektion av en våg



Ställningen orsakar en motriktad kraft som inverterar vågen.



Vågfunktionen av två vågor ges typiskt av summan av de två individuella vågfunktionerna.

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

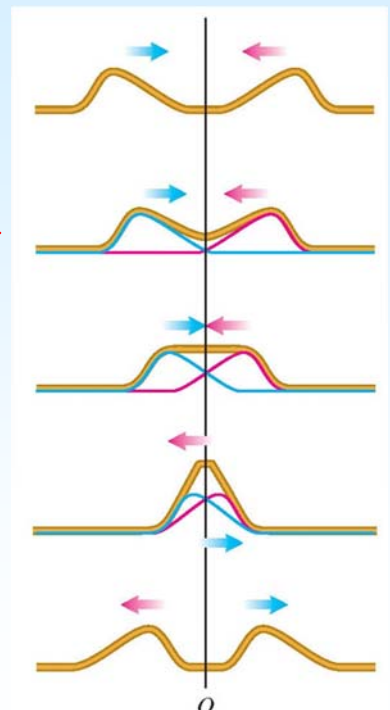
Detta kallas för superpositions principen !



Denna princip gäller när vågekvationen för vågorna är linjär dvs den innehåller bara funktionen $y(x, t)$ till första ordningen.

Sinusvågor t.ex. följer superpositions principen för deras vågekvation är linjär:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$



Stående vågor



<https://www.youtube.com/watch?v=NpEevfOU4Z8>



<https://www.youtube.com/watch?v=-gr7KmTOrx0>

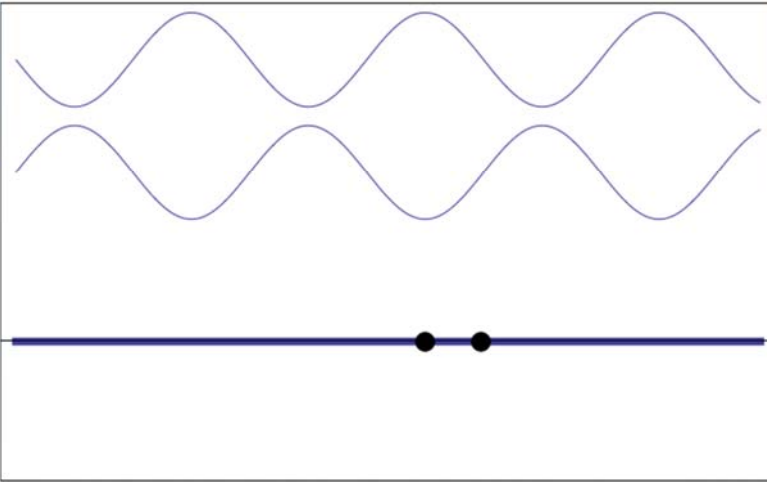


Mekaniska vågor: Stående vågor



Två vågor med samma frekvens och våglängd passerar varandra:

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/superposition/superposition.html>



$$y_2(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$y_1(x, t) = -A \cos(kx + \omega t)$$

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A[-\cos(kx + \omega t) + \cos(kx - \omega t)]$$



Mekaniska vågor: Stående vågor



Superposition av två vågor:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A[-\cos(kx + \omega t) + \cos(kx - \omega t)]$$

+

Trigonometri: $\cos(a \mp b) = \cos a \cos b \pm \sin a \sin b$

=

~~$$Y(x, t) = A[-\cos(kx)\cos(\omega t) + \sin(kx)\sin(\omega t) + \cos(kx)\cos(\omega t) + \sin(kx)\sin(\omega t)]$$~~

=

Vågfunktionen för en stående våg

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = 2A \sin kx \sin \omega t$$



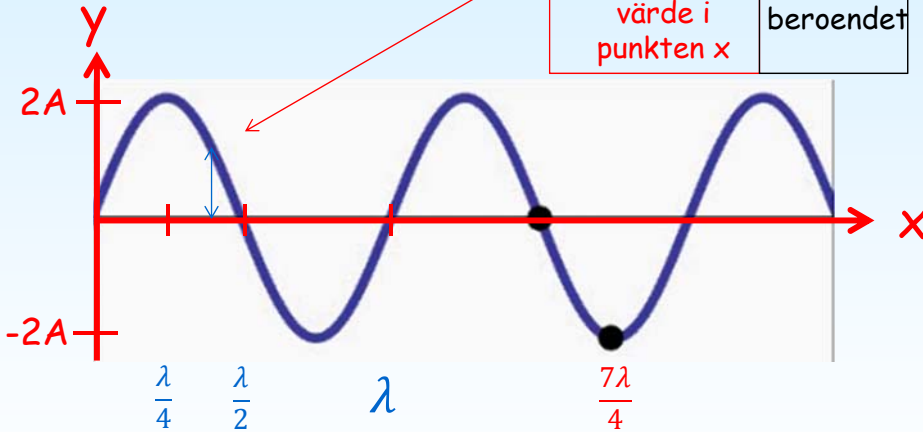
Mekaniska vågor: Stående vågor



$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \sin(\omega t)$$

Ger max-min
värde i
punkten x

Ger tids-
beroendet



$$y\left(\frac{7\lambda}{4}, t\right) = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{7\lambda}{4}\right) \sin(\omega t) = 2A \sin\left(\frac{7\pi}{2}\right) \sin(\omega t) = -2A \sin(\omega t)$$



Mekaniska vågor: Stående vågor



Noder:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = 2A \sin kx \sin \omega t$$

Noderna ges av $\sin(kx) = 0$

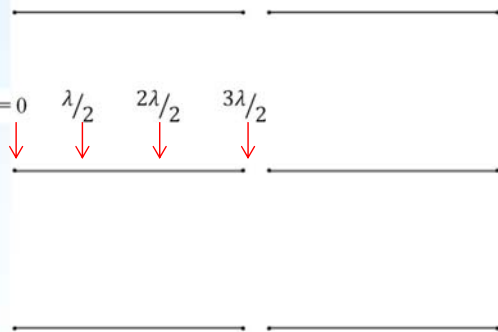
$$kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi,$$

$$x = 0, \frac{\pi}{k}, \frac{2\pi}{k}, \frac{3\pi}{k}, \frac{4\pi}{k},$$

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \text{ eftersom } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$x = 0, \frac{v}{2f}, \frac{2v}{2f}, \frac{3v}{2f}, \frac{4v}{2f}, \text{ eftersom } \lambda = \frac{v}{f}$$

$$x = 0 \quad \lambda/2 \quad 2\lambda/2 \quad 3\lambda/2$$





Mekaniska vågor: Stående vågor



Vad är hastigheten och accelerationen ?

Läget:

$$y(x,t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$$

Vågfunktionen

Hastighet:

$$v_y(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$



$$v_y(x,t) = 2A\omega \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Acceleration:

$$a_y(x,t) = \frac{\partial v_y(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \Rightarrow a_y(x,t) = -2A\omega^2 \sin(kx) \sin(\omega t)$$



Mekaniska vågor: Sträng instrument



Sträng instrument

Octobas
fiol



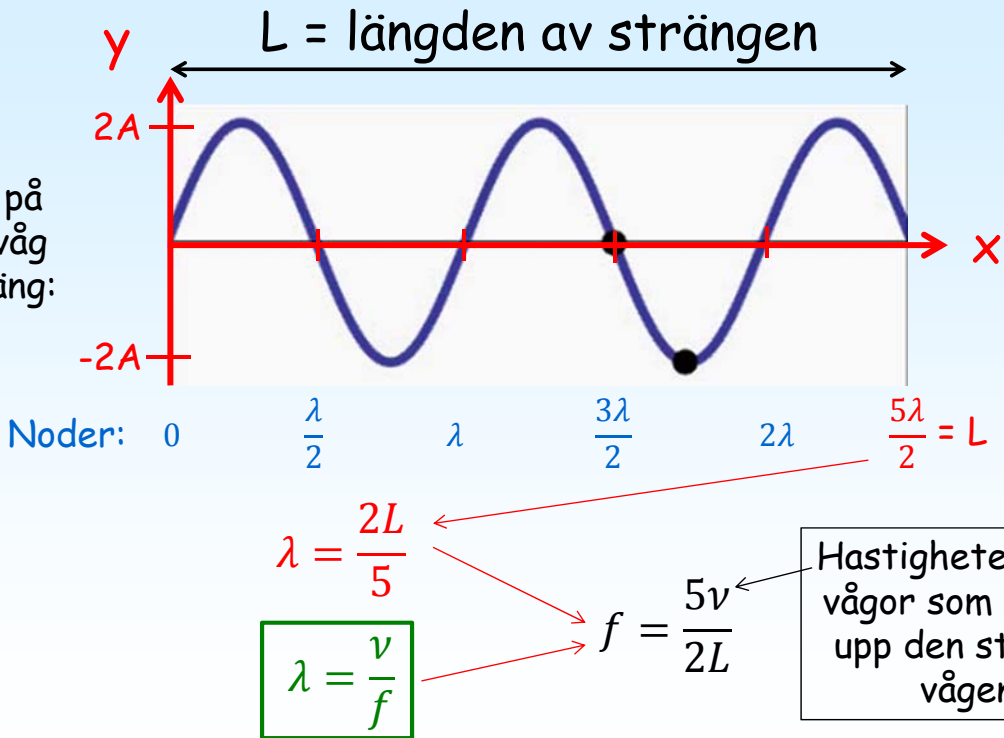
<https://www.youtube.com/watch?v=12X-i9YHzmE>



Mekaniska vågor: Stående vågor



Exempel på
stående våg
på en sträng:



Mekaniska vågor: Sträng instrument



Strängar med längden L
som har noder i båda ändar:

Nodes when
 $\sin(kx) = 0$

$$x = 0, \frac{\pi}{k}, \frac{2\pi}{k}, \frac{3\pi}{k}, \dots$$

$$= 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots$$

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

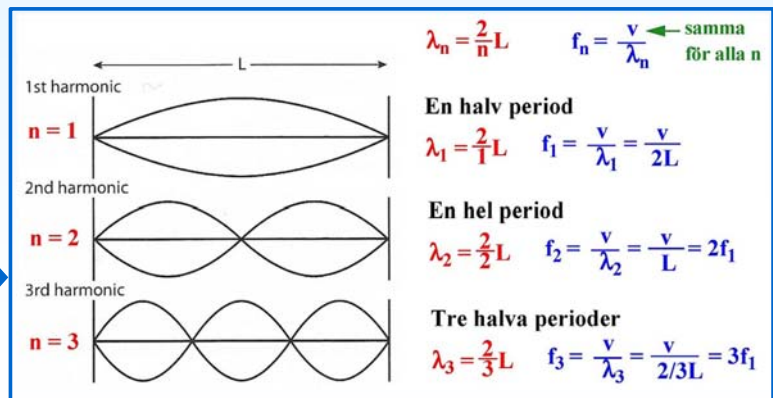
$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Formelsamling

$$\lambda = v / f = 2L / n$$

$$f_n = n \frac{v}{2L} = n f_1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$f_1, f_2, f_3, \dots$ Harmoniska frekvenser
 f_1 : Grundfrekvensen
 $f_2, f_3, f_4, \dots$ Övertoner



$$f_1 = v/2L$$

Formelsamling

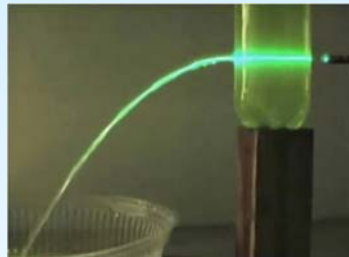
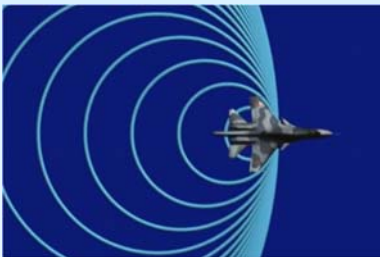
$$v = \sqrt{F/\mu}$$

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Lång sträng: Låg frekvens
Tjock sträng: Låg frekvens
Stor spännkraft: Hög frekvens



Vågrörelselära och optik



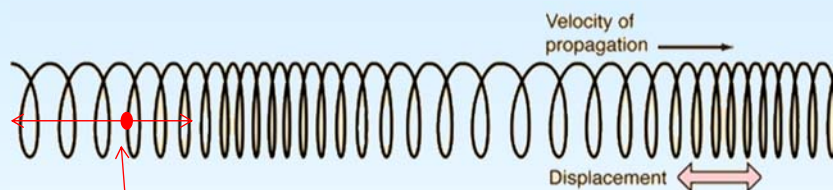
Kapitel 16 - Ljud

Ljud = Tryckvågor

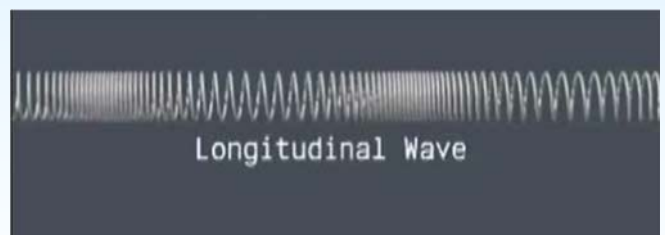
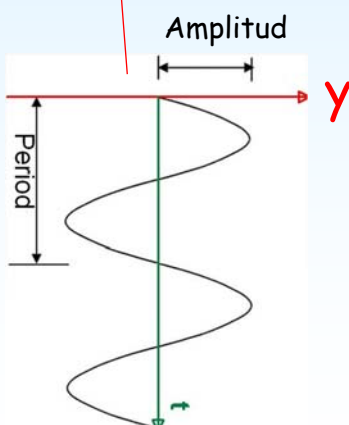


Longitudinell sinus våg

Formelsamling



$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$$



$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Vågens hastighet $\xrightarrow{V}$

$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$$

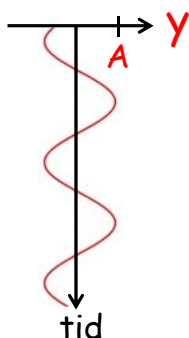
En kolv rör sig in och ut så att en longitudinell sinus våg skapas:



©2011. Dan Russell

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

Y: Luftmolekylernas rörelse



$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

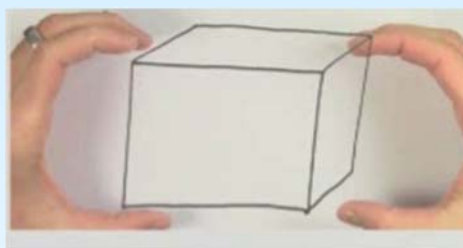
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

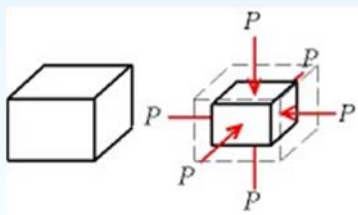
Formelsamling

Bulk modulen

Mått på hur svårt det är att pressa ihop ett material



Trycket som behövs för att pressa ihop materialet



Definition av bulk modulen:

$$B = -V \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

← Tryck ändring
← Volym ändring

Enhet: N/m^2

Tryckändringen som orsakas av en volymändring:

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}$$

$\Delta p > 0$ tryck ökning

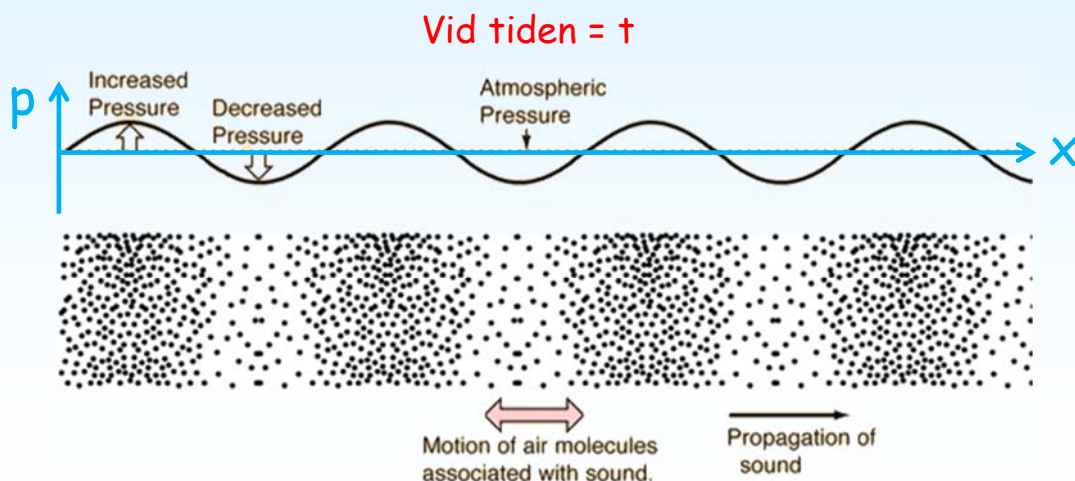
$\Delta V < 0$ volym minskning

Tryckfunktionen: $p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$

Amplituden:

$$p_{\max} = BkA$$

Den maximala tryck variationen



Vågens hastighet $\xrightarrow{v}$

$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$$

En kolv rör sig in och ut:

$$\Delta p = -B \Delta V/V$$

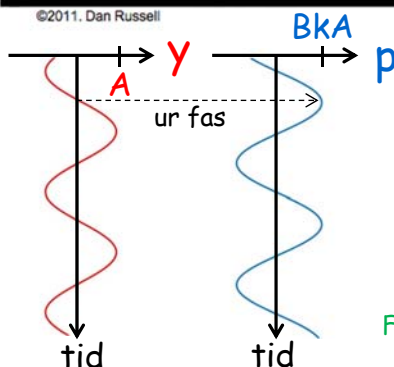


©2011. Dan Russell

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

y: Luft molekylernas rörelse

p: Trycket vid läget x



Formelsamling

Vågfunktionen:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Tryckfunktionen:

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

$$p_{\max} = BkA = \rho \omega v A$$

Ljud hastigheten



Ljud Hastighet

Allmänt:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Restoring force returning the system to equilibrium}}{\text{Inertia resisting the return to equilibrium}}}$$

Sträng:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

F: Spänn kraft
 μ : Massa per längdenhet

Vätska:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: Bulk modulen
 ρ : Densiteten

Fasta
material:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Y: Young modulen
 ρ : Densiteten

Gas:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: Bulk modulen
 ρ : Densiteten

Formelsamling

Effekt av en mekanisk våg på en sträng



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

69

Mekaniska vågor Effekt

Vågens effekt (P): Den momentana hastigheten med vilken energi transporteras av vågen. (P = energi per tidsenhet)

Unit: W or J/s

Allmänt för effekt:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

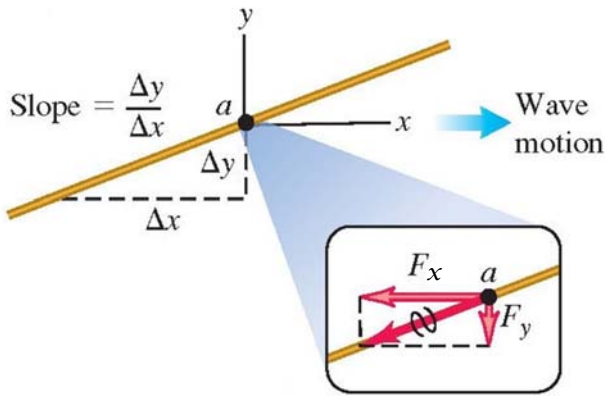
(instantaneous rate at which force $\vec{F}$ does work on a particle)

Vågens effekt (P):

$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t)$$

y är den enda riktningen där hastigheten inte är noll

Våg på en sträng



Förhållandet mellan kraften i y-riktningen till kraften i x-riktningen ges av strängens lutning som ges a derivatan:

$$\text{Slope} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{F_y}{F_x} = \frac{dy}{dx}$$

$$F_y(x, t) = -F_x \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

F_y är i negativ y-riktning

F_x är spännkraften

Mekaniska vågor

Effekt

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

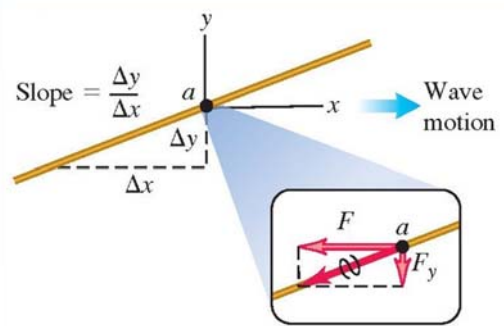
$$P(x, t) = F_y(x, t) v_y(x, t)$$

$$F_y(x, t) = -F \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

$$P(x, t) = F_y(x, t) v_y(x, t) = -F \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$$

Vågens effekt:

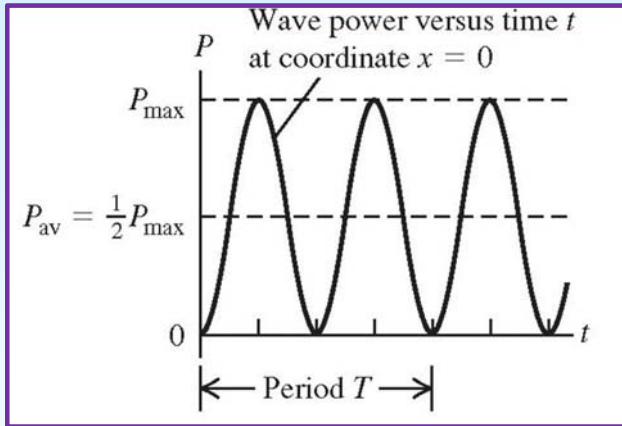
$$P(x, t) = Fk\omega A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$



$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} = -kA \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$



Vågens effekt:

$$P(x, t) = Fk\omega A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{\text{max}} = Fk\omega A^2 = \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

&

$$P_{\text{av}} = \frac{1}{2} Fk\omega A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

Formelsamling

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$k = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

Ljudvågens effekt



Vågens effekt (P):

$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t)$$

Tryckfunktionen (p):

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

Tryck = kraft per ytenhet

Vågfunktionen (y):

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

Vågeffekt per ytenhet:

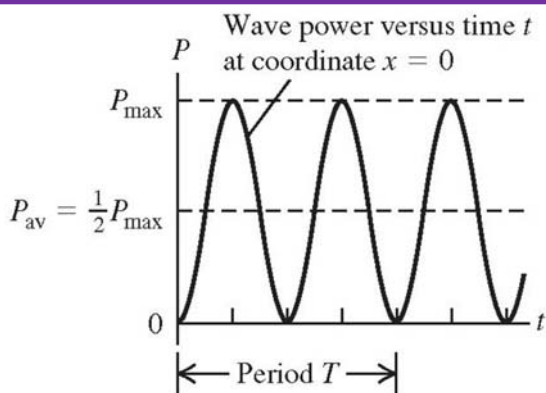
$$P(x, t) = p(x, t)v_y(x, t) = [BkA \sin(kx - \omega t)][\omega A \sin(kx - \omega t)]$$

Effekt Tryck
per m²

$$= B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

Vågeffekt per ytenhet:

$$P(x, t)/Area = B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$



Maximal effekt:

$$\frac{P_{max}}{Area} = B\omega k A^2$$

Medeleffekt:

$$\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2}B\omega k A^2$$

Lite övning i algebra:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$k = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{B}{\rho}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \Rightarrow \sqrt{B} = v\sqrt{\rho}$$

$$\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} B \omega \frac{\omega}{\sqrt{\frac{B}{\rho}}} A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$

$$\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$

Effekt allmänt: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (instantaneous rate at which force $\vec{F}$ does work on a particle)

Våg effekt - sträng:

$$P(x, t) = Fk\omega A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{max} = Fk\omega A^2 = \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

$$P_{av} = \frac{1}{2} Fk\omega A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

Formelsamling

$$P_{av} = \frac{1}{2} \mu (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} (\omega A)^2$$

Våg effekt - ljud:

$$P(x, t)/Area = B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{max}/Area = B\omega k A^2 = \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2$$

$$P_{av}/Area = \frac{1}{2} B\omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2$$

Formelsamling

$$P_{av}/Area = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2$$

Ljudvågens intensitet



När fisken Gulf Corvina leker skickar den ut ljudsignaler som kan nå en intensitetsnivå på 177 dB (202 dB = 10^8 W/m^2 för ett helt stim).

Detta är ett av de högsta ljuden i djurvärlden och kan ge hörselskador på delfiner, sälar och sjölejon.

Ljud Intensitet

Medeleffekten av en ljudvåg (P_{av}):

Unit: W or J/s

$$\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$

Våg intensitet (I): Medeleffekten som passerar en yta vinkelrät mot vågens riktning. (I = effekt per ytenhet).

Unit: W/m²

$$I = \frac{\text{Effekt}}{\text{Area}}$$

Formelsamling

$$I = \frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$



Ljud Intensitet



Tryck funktionen:

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

Tryck amplituden:

$$p_{\max} = BkA$$

$$A^2 = \frac{p_{\max}^2}{B^2 k^2}$$

$$I = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} B \omega k \frac{p_{\max}^2}{B^2 k^2} = \frac{1}{2B} \frac{\omega}{k} p_{\max}^2 = \frac{1}{2B} \sqrt{\frac{B}{\rho}} p_{\max}^2 = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$\frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$p_{\max} = BkA = \rho \omega v A$$

$$I = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{p_{\max}^2}{2\rho v} = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

$$I = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

Intensiteten är proportionell mot kvadraten på tryck amplituden.



Ljud Intensitet



Intensiteten genom en sfär med radien r_1

$$I_1 = \frac{P_{\text{av}}}{4\pi r_1^2}$$

Sfär med radien r_1

Sfär med radien r_2

Om man bortser från effektförluster

$$4\pi r_1^2 I_1 = 4\pi r_2^2 I_2$$

Källa med medeleffekten P_{av}

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (\text{inverse-square law for intensity})$$

Decibel skalan

Smärtgränsen:
 $120 \text{ dB} = 1 \text{ W/m}^2$

Gulf Corvina:
 $200 \text{ dB} = 10^8 \text{ W/m}^2$

Saturn V raket:
 $220 \text{ dB} = 10^{10} \text{ W/m}^2$

Krakatoa:
 $310 \text{ dB} = 10^{19} \text{ W/m}^2$



Intensitetsnivån (β) med decibel (dB) som enhet:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \longleftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$$

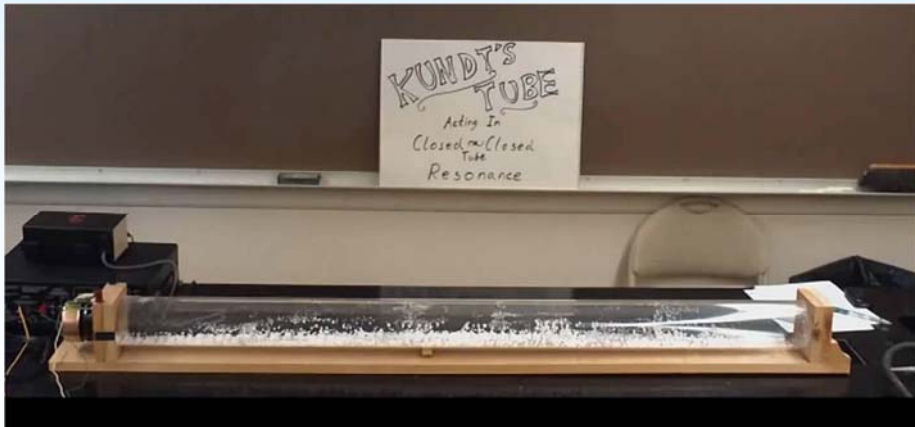
Formelsamling

$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ är en referensnivå.

I_0 = gränsen för mänskligt hörande (approximativt).

$\beta = 0 \text{ dB}$ för $I = I_0$
 $\beta = 120 \text{ dB}$ för $I = 1 \text{ W/m}^2$

Ljud och stående våg



Ljud Stående våg

En kolv rör sig in och ut:



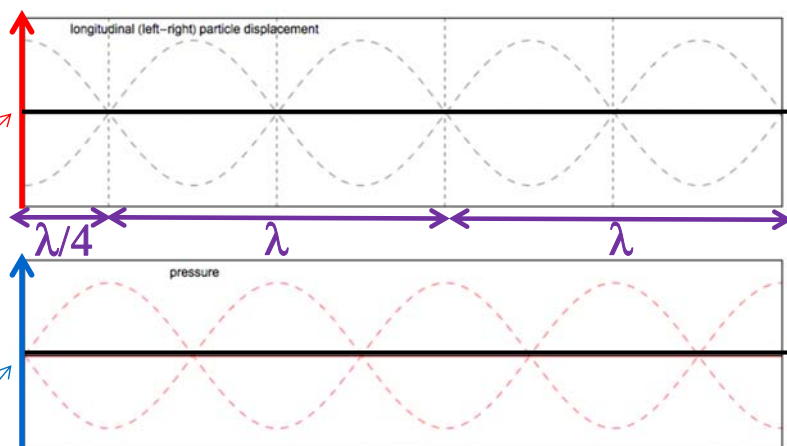
©2012, Dan Russell

Luft
molekylernas
rörelse:

Förflyttnings
anti-nod

Trycket:

Tryck nod



Förflyttnings
nod

Tryck
anti-nod

$$L = n \lambda / 4 = \lambda 9/4$$



Ljud Stående våg



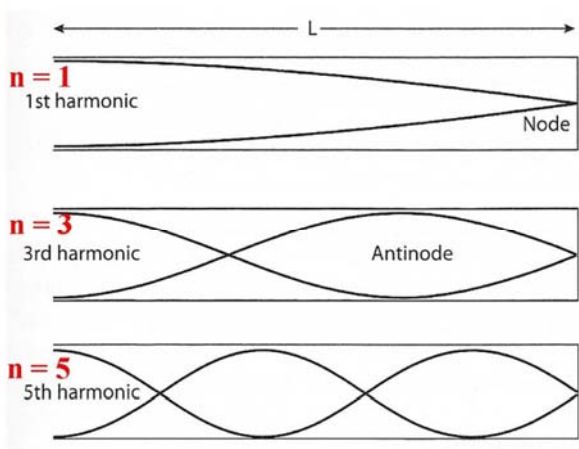
Stående våg i en stängd pipa:

$$\lambda_n = \frac{4}{n}L \quad f_n = \frac{v}{\lambda_n} \quad \text{där hastigheten (v) är samma för alla n}$$

Atmosfärstryck

Förflyttnings
anti-nod

Tryck-nod



En kvarts våg

$$\lambda_1 = \frac{4}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1v}{4L}$$

Tree kvarts vågor

$$\lambda_3 = \frac{4}{3}L \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$

Fem kvarts vågor

$$\lambda_5 = \frac{4}{5}L \quad f_5 = \frac{v}{\lambda_5} = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$

NOTERA: n = 2, 4, 6 kan inte hända i en stängd pipa



Ljud Stående våg



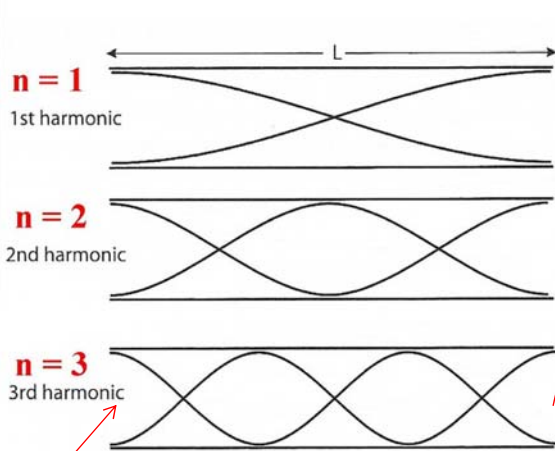
Stående våg i en öppen pipa:

$$\lambda_n = \frac{2}{n}L \quad f_n = \frac{v}{\lambda_n} \quad \text{där hastigheten (v) är samma för alla n}$$

Atmosfärstryck

Förflyttnings
anti-nod

Tryck-nod



En halv våg

$$\lambda_1 = \frac{2}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1v}{2L}$$

Två halva vågor

$$\lambda_2 = \frac{2}{2}L \quad f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{2v}{2L} = 2f_1$$

Tre halva vågor

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 3f_1$$

Anti-nod

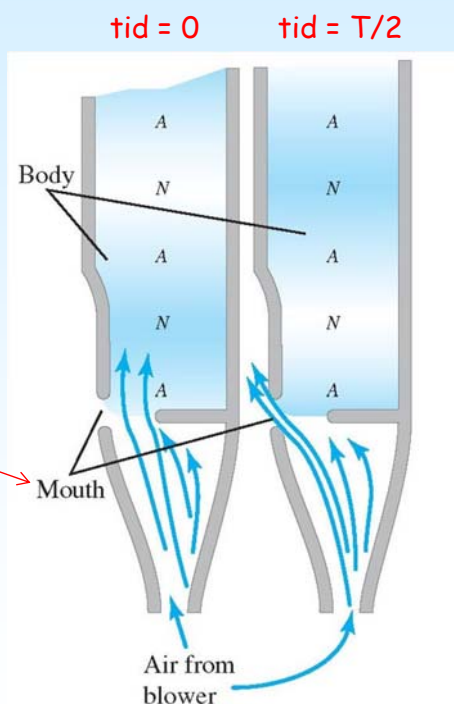
Anti-nod

Orgelpipa: Luftström underifrån.

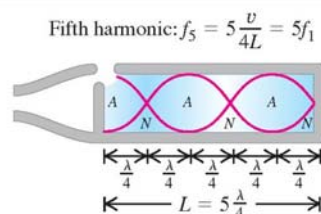
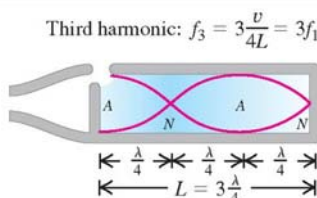
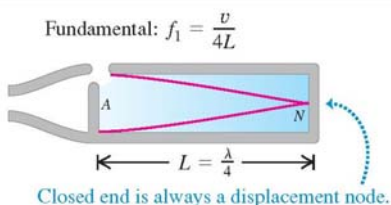
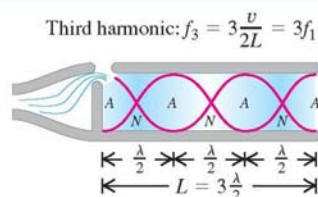
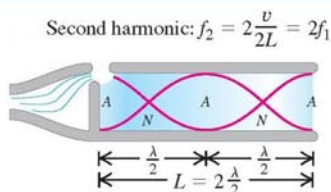
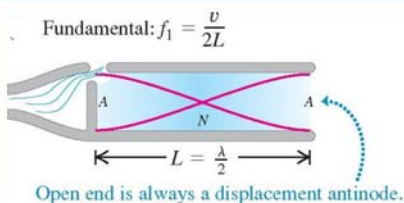
Stående våg: Uppstår om luft-hastighet och pipans längd är valda korrekt.

Mynning: Pipan är öppen i botten och detta ger en tryck-nod (förflyttnings anti-nod).

Luftström: Går varierande in i pipan och ut genom mynningen.



Jämför öppen-öppen med öppen-stängd pipa:



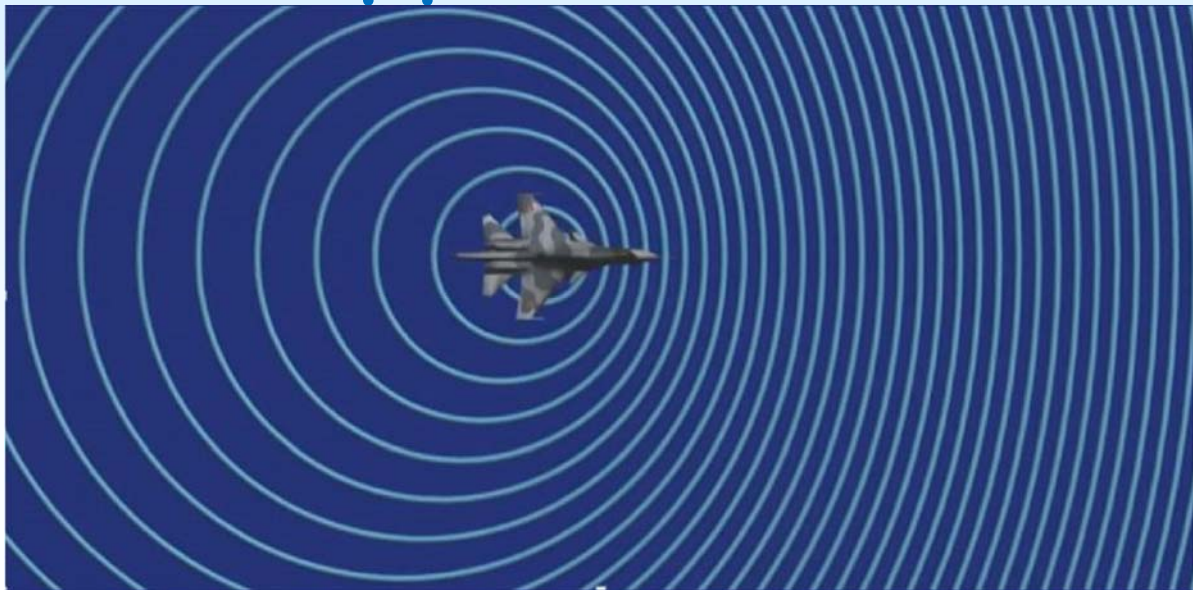
Avståndet mellan två noder är $\lambda/2$!

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

$$f_n = \frac{nv}{4L} \quad (n \text{ udda})$$

Formelsamling

Doppler effekt



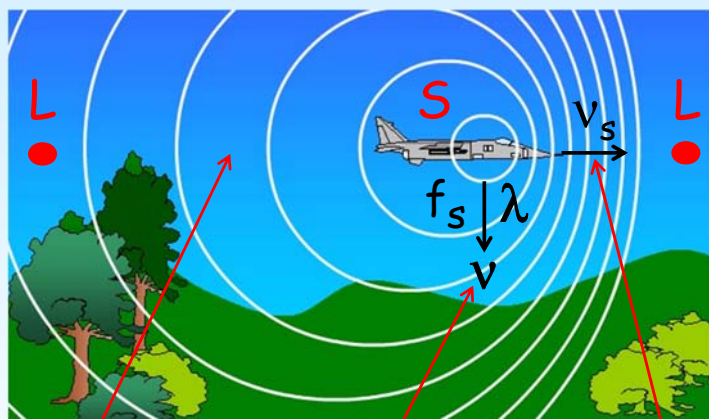
<https://www.youtube.com/watch?v=-Zu5SGllmwc>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

91

Ljud Doppler effekt

Tiden det tar för en ljudvåg att nå lyssnaren (L) blir längre om källan (S) rör sig bort.



Om källan (S) rör sig mot lyssnaren (L) tar det kortare tid för ljudvågen att nå lyssnaren.

λ_{behind} längre

$$\lambda = \frac{v}{f_s}$$

$\lambda_{\text{in front}}$ kortare

$$\lambda_{\text{behind}} = \frac{v + v_s}{f_s}$$

$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_s}{f_s}$$

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

92



Ljud Doppler effekt



Komplikation: Lyssnaren rör på sig också

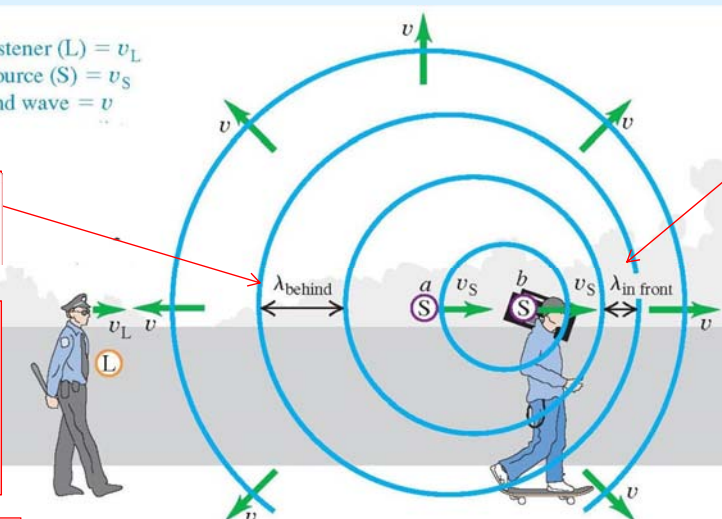
- Velocity of listener (L) = v_L
- Velocity of source (S) = v_S
- Speed of sound wave = v

$$\lambda_{\text{behind}} = \frac{v + v_S}{f_S}$$

Allmänt gäller:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Vågen närmar
sig L med
 $v + v_L$



$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_S}{f_S}$$

$$f_L = \frac{v + v_L}{\lambda_{\text{behind}}} = \frac{v + v_L}{(v + v_S)/f_S} = \frac{v + v_L}{v + v_S} f_S$$

ändring av
frekvensen



Ljud Doppler effekt



$$f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f_S$$

Formelsamling

Denna formel fungerar alltid om positiv riktning av hastigheten är definierad från lyssnaren mot källan !

positiv riktning →

← positiv riktning



$$f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f_S$$



$$f_L = \frac{v - v_L}{v + v_S} f_S$$



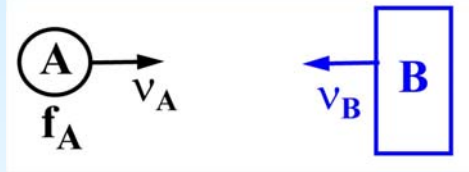
$$f_L = \frac{v - v_L}{v - v_S} f_S$$



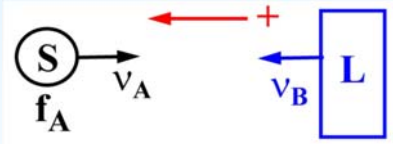
$$f_L = \frac{v + v_L}{v - v_S} f_S$$

Komplikation: Ljudet reflekteras

Ljud sänds ut av A och reflekteras mot B.
Vilken frekvens hör A ?



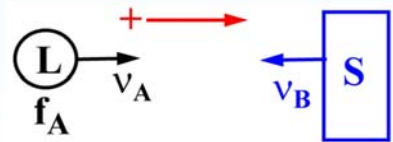
Steg 1.



$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S = \frac{v+v_B}{v-v_A} f_A$$

Betrakta B som lyssnare.

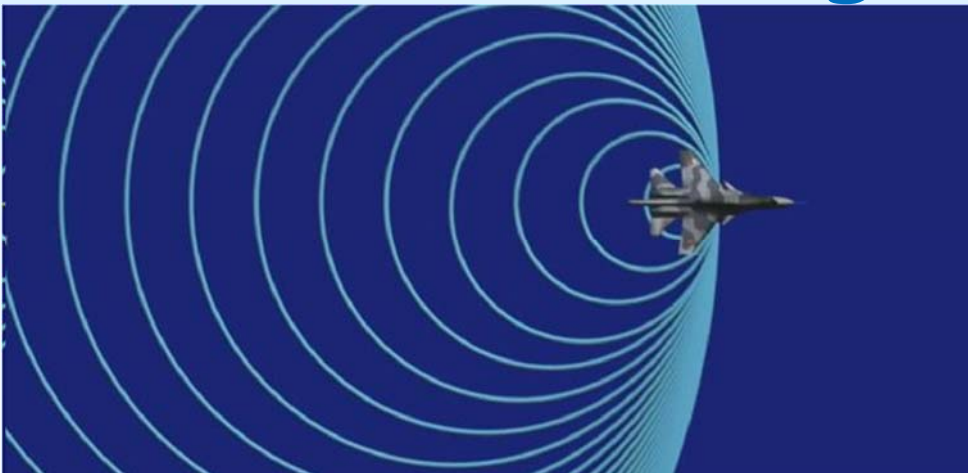
Steg 2.



$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S = \frac{v+v_A}{v-v_B} \frac{v+v_B}{v-v_A} f_A$$

Betrakta B som ljudkälla.

Chockvåg



$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_S}{f}$$

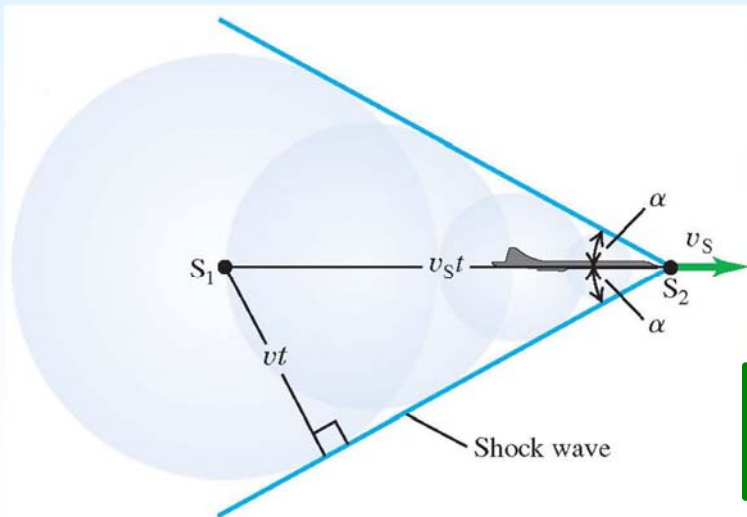
v : Ljudhastigheten
 v_S : Planets hastighet

$v_S > v$ Chockvåg bildas (inte bara när $v_S = v$)

$v_S > v$ Ingen ljudvåg framför planet

En konisk chockvåg bildas när planet flyger fortare än ljudhastigheten.

En serie av sfäriska vågtoppar från planet interfererar konstruktivt längs en kon som ges av vinkeln α .



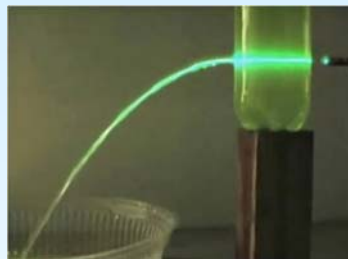
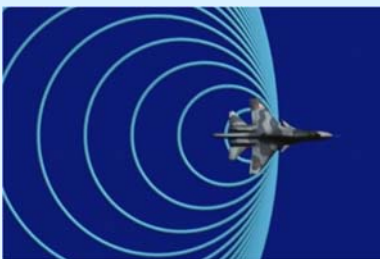
v : Ljudhastigheten
 v_s : Planets hastighet

Planets hastighet i Machtal:

$$N_M = \frac{v_s}{v}$$

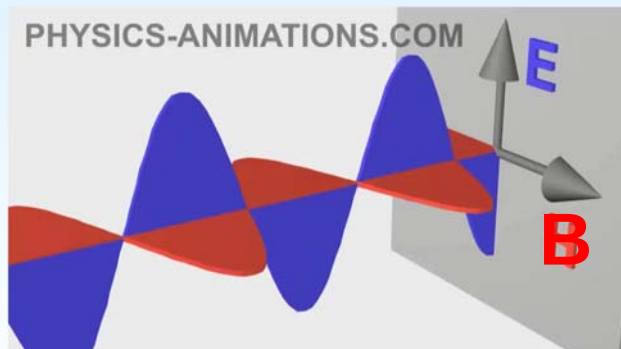
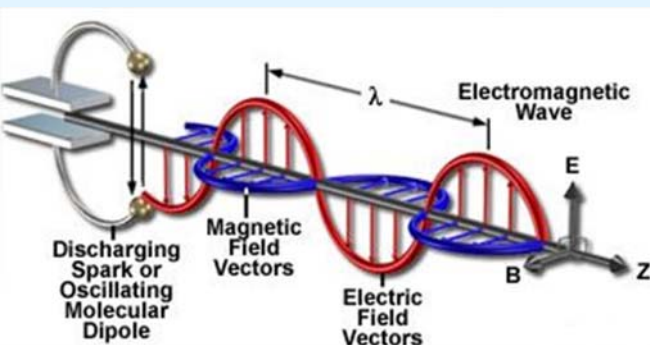
$$\sin \alpha = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s} = \frac{1}{N_M}$$

Formelsamling



Kapitel 32 - Elektromagnetiska vågor

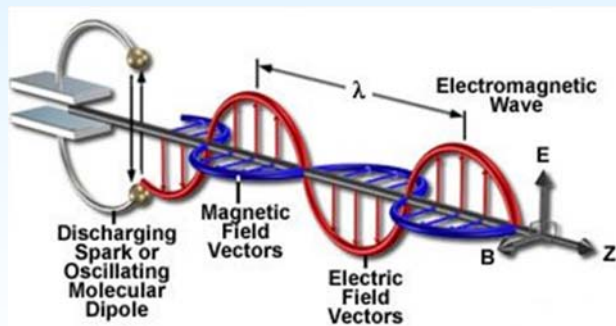
Den elektromagnetiska vågen består av ett elektriskt och ett magnetiskt fält.



Elektromagnetiska vågor skapas av **laddade partiklar** som är **i rörelse**.

En elektromagnetisk våg kan **transportera energi i vakuum** (men inte en mekanisk våg).

En elektromagnetisk våg kan skapas av en urladdningskondensator:



Fältet är starkast 90 grader mot laddningarnas rörelse och noll i samma riktning som laddningarnas rörelse.

När **laddningarna** åker upp och ner i gnistgapet skapas ett **magnetisk fält** i horisontal planet.

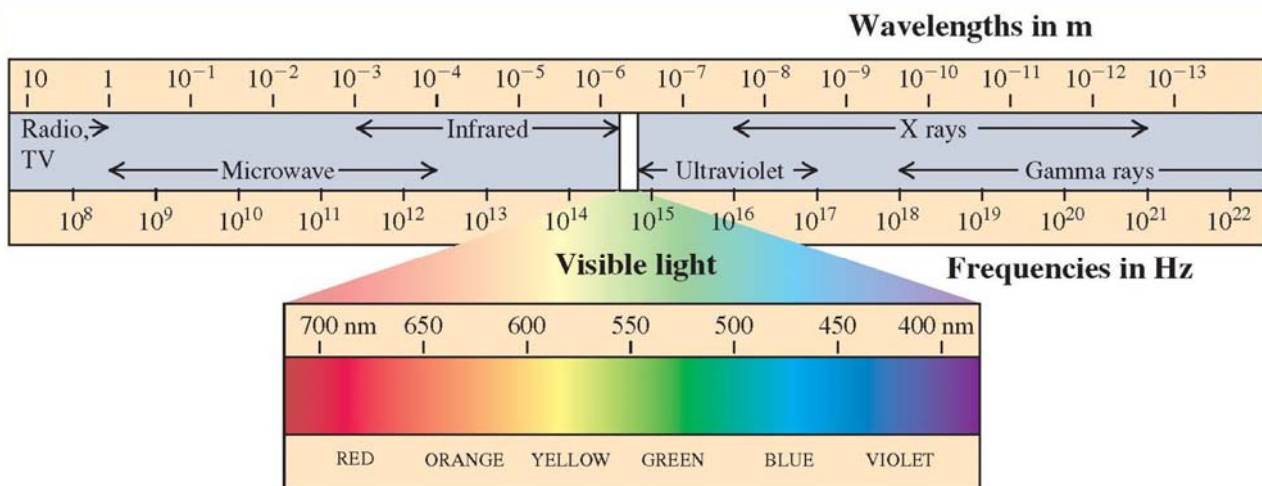
Det varierande magnet fältet generar ett vertikalt **elektriskt fält**.

Det magnetiska och elektriska fälten utbreder sig i rymden som en **elektromagnetisk våg**.

Elektromagnetiska vågor

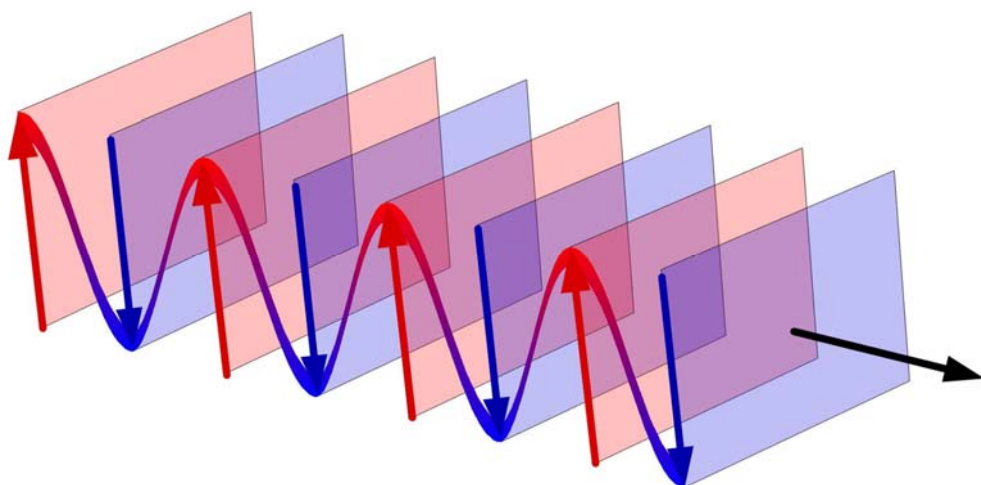
Det elektromagnetiska spektrumet

$$\lambda = c / f$$

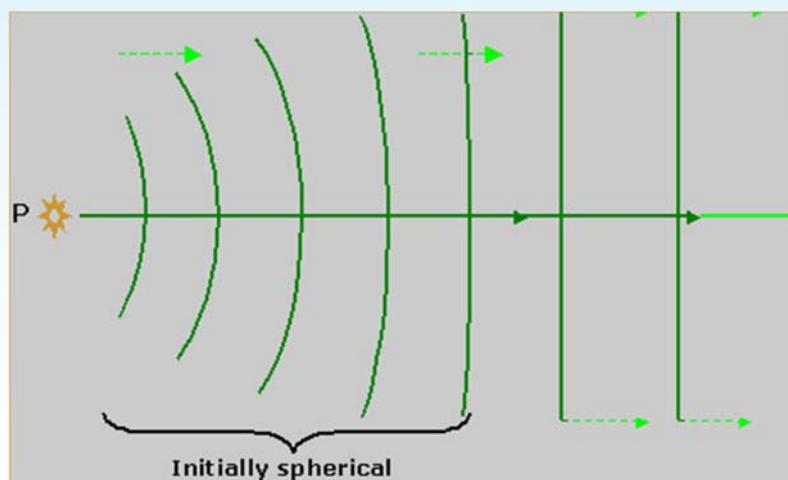


Elektromagnetiska vågor

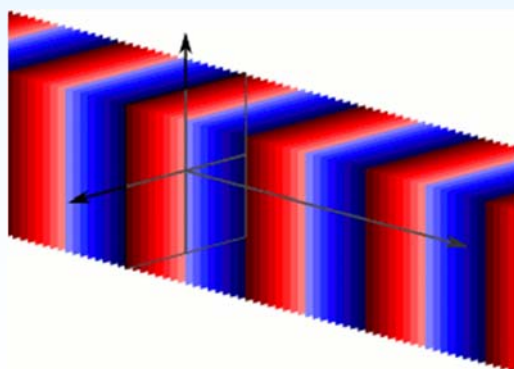
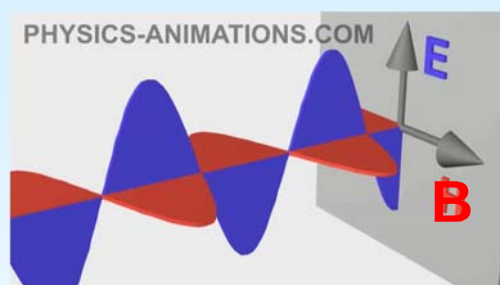
Vågfronter: ytor med konstant fas



Vågfronter beror på avståndet till källan



- ❑ Elektromagnetiska vågor är **transversella** eftersom E- och B-fälten är vinkelräta mot utbredningsriktningen.
- ❑ En **plan våg** är en våg med konstant frekvens vars vågfronter är **oändliga parallella plan** med konstant topp-till-topp-amplitud.
- ❑ Vid en viss punkt och tid har **alla E och B-vektorer** i planet **samma storlek**.
- ❑ **Fullständiga plana vågor existerar inte** eftersom endast en våg med oändlig utsträckning kan vara plan. Men många vågor är approximativt plana vågor i ett lokaliserat område i rymden.





Elektromagnetiska vågor



För **plana elektromagnetiska vågor** kan man hitta relationer mellan storleken på det magnetiska och elektriska fältet från två av Maxwells ekvationer:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Faraday's law})$$

plan våg →

$$E = cB$$

Formelsamling

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}} \quad (\text{Ampere's law})$$

plan våg →

$$E = \frac{B}{\epsilon_0 \mu_0 c}$$

ϵ = Permittiviteten = Ett mediums förmåga att ha ett elektriskt fält i sig.

μ = Permeabilitet = Ett mediums förmåga att ha ett magnetiskt fält i sig.



Elektromagnetiska vågor



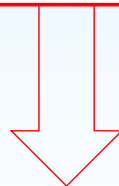
Ljushastigheten från Maxwells ekvationer:

$$E = cB \quad \text{from Faraday's law}$$

$$E = B / (\epsilon_0 \mu_0 c) \quad \text{from Ampere's law}$$

$$\epsilon_0 \text{ is the permittivity in vacuum} = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

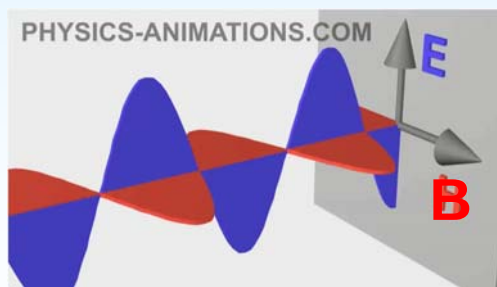
$$\mu_0 \text{ is the permeability in vacuum} = 1.26 \times 10^{-6} \text{ N/A}^2$$



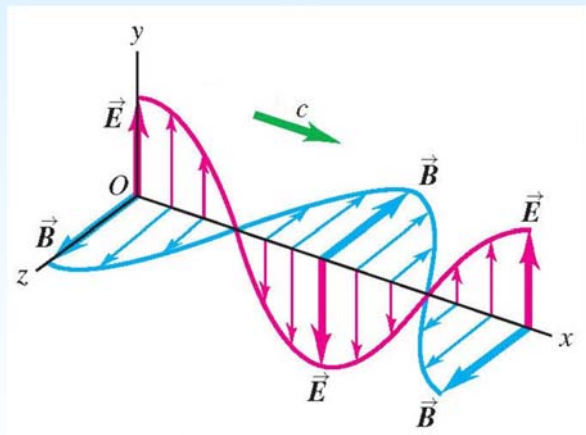
Formelsamling

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Vågfunktionen



Den elektromagnetiska vågfunktionen för sinusformade vågor



$$\vec{E}(x, t) = \hat{j}E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = \hat{k}B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

inte samma k

(det ena är en riktningsvektor och
den andra vågtalet)



Elektromagnetiska vågor

Vågfunktionen



$$\vec{E}(x, t) = \hat{j}E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = \hat{k}B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

Amplituden: $E_{\max} = c B_{\max}$

Vågtalet: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$c = \lambda / T$$

$$f = 1 / T$$

Vinkelfrekvensen: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$c = \lambda / T = (2\pi/k) / (2\pi/\omega) = \omega / k$$



Jämför vågfunktioner



Mekaniska vågor

Formelsamling

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Amplitud: A

Vågtalet: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Vinkelfrekvens: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$v = \lambda / T = \omega / k$$

Elektromagnetiska vågor

$$\vec{E}(x, t) = \hat{j}E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = \hat{k}B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

Amplitud: $E_{\max} = c B_{\max}$

Vågtalet: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Vinkelfrekvens: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$c = \lambda / T = \omega / k$$



Elektromagnetiska vågor

Vågfunktionen



I ett dielektrisk material är ljushastigheten mindre än c !

Elektromagnetiska vågor i materia:

$$\begin{aligned} c &\rightarrow v \\ \mu_0 &\rightarrow \mu \\ \epsilon_0 &\rightarrow \epsilon \end{aligned}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Dielektrisk konstant

$$K = \epsilon / \epsilon_0$$

Relative permeabilitet

$$K_m = \mu / \mu_0$$



Elektromagnetiska vågor

Vågfunktionen



Elektromagnetiska vågor i vakuum

$$E = c B \quad \text{from Faraday's law}$$

$$E = B / (\epsilon_0 \mu_0 c) \quad \text{from Ampere's law}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Elektromagnetiska vågor i materia

$$E = v B \quad \text{from Faraday's law}$$

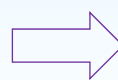
$$E = B / (\epsilon \mu v) \quad \text{from Ampere's law}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Permabilitet

Permittivitet

$$\frac{c}{v} = n = \frac{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}}{\frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}} = \sqrt{KK_m} \cong \sqrt{K}$$



$$v = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}$$

Brytnings index

Dielektrisk konstant

Relativ permeabilitet

$$K = \epsilon / \epsilon_0$$

$$K_m = \mu / \mu_0$$

Effekt och intensitet



Blå Laser

Effekt = 1 W

Energitäthet (u):

Energi per volymenhet p.g.a. ett elektriskt och magnetiskt fält

Enhet: J/m^3

Effekt (P):

Den momentana hastighet med vilken energi överförs längs en våg.

Enhet: W or J/s

Poynting vektorn ($\vec{S}$):

Energi som överförs per tidsenhet per ytenhet = Effekt per ytenhet.

Enhet: W/m^2

Intensitet (I):

Genomsnittlig effekt per ytenhet genom en yta som är vinkelrät mot vågriktning = medelvärdet av S .

Enhet: W/m^2



Elektromagnetiska vågor

Effekt och intensitet

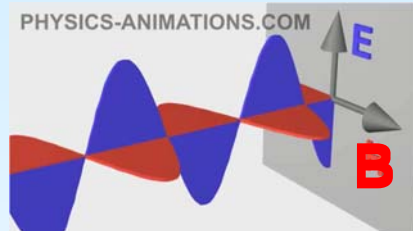


Formelsamling

Energitäthet
(energi per volymsenhet)
från elektromagnetiskt fält:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$



Faradays lag: $E = cB \longrightarrow B^2 = \epsilon_0 \mu_0 E^2$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} (\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E)^2 = \epsilon_0 E^2$$

Energi E-fält

Energi B-fält

dar

$$E(x, t) = E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

Slutsats: De elektriska och magnetiska fälten bär på samma mängd energi.
Energitätheten varierar med position och tid.



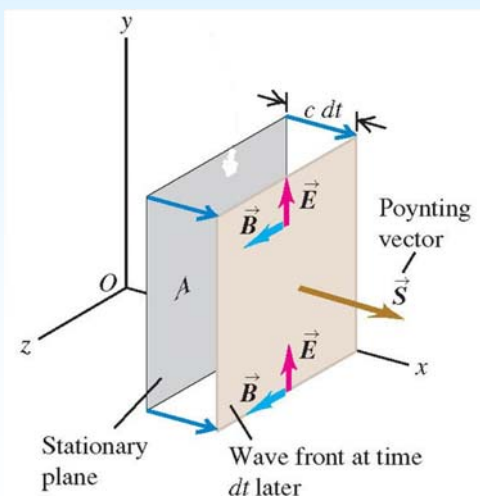
Elektromagnetiska vågor

Effekt och intensitet



Energi överföring = energi som överförs per tidsenhet per ytenhet.

S = Effekt per ytenhet = Energi överföring = Energi flöde



$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (\text{Poynting vector in vacuum})$$

Sinusformade vågor:

Formelsamling

$$\begin{aligned} \vec{S}(x, t) &= \frac{1}{\mu_0} \vec{E}(x, t) \times \vec{B}(x, t) \\ &= \frac{1}{\mu_0} [\hat{j} E_{\max} \cos(kx - \omega t)] \times [\hat{k} B_{\max} \cos(kx - \omega t)] \end{aligned}$$

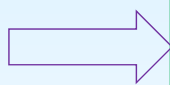
$$S_x(x, t) = \frac{E_{\max} B_{\max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t)$$

Amplituden = maximal energi överföring

Intensitet = medelvärdet av S

$$S_x(x, t) = \frac{E_{\max} B_{\max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t)$$

medelvärdet av $\cos^2(x) = 1/2$



$$I = S_{\text{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c}$$

$E = cB$

Formelsamling

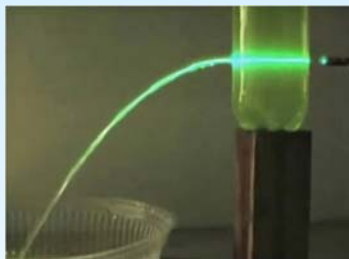
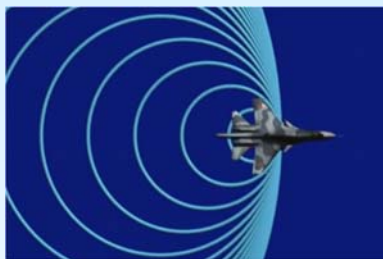
$$S_{\text{av}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

Elektromagnetiska vågor i materia:

$$\mu_0 \rightarrow \mu$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \longrightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Vågrörelselära och optik



Kapitel 33 - Ljus

Källa för elektromagnetisk strålning är elektriska laddningar i accelererad rörelse

Termisk strålning:

Termiska rörelser av molekyler skapar elektromagnetisk strålning.

Lampa:

En ström värmer glödtråden som sedan sänder ut värmestrålning med många våglängder.

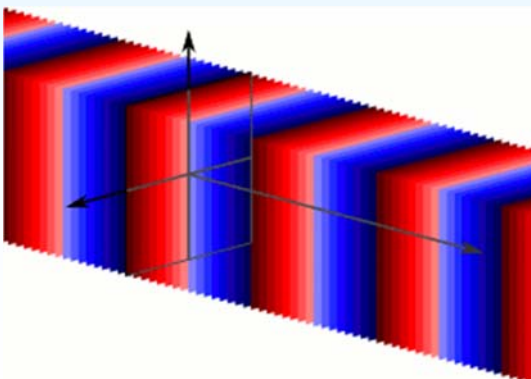
Laser:

Atomerna emitterar ljus koherent vilket ger (nästan) monokromatisk strålning.

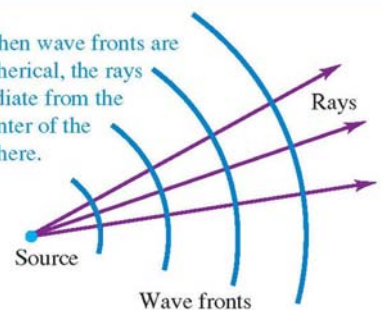
Våg front: yta med konstant fas.

Plan våg: en våg vars vågfronter är oändliga parallella plan.

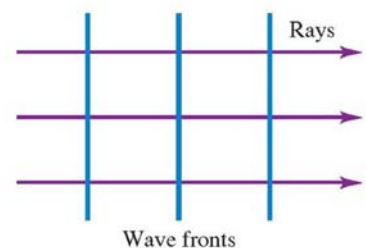
Stråle: tänkt linje längs riktningen för vågutbredningen.



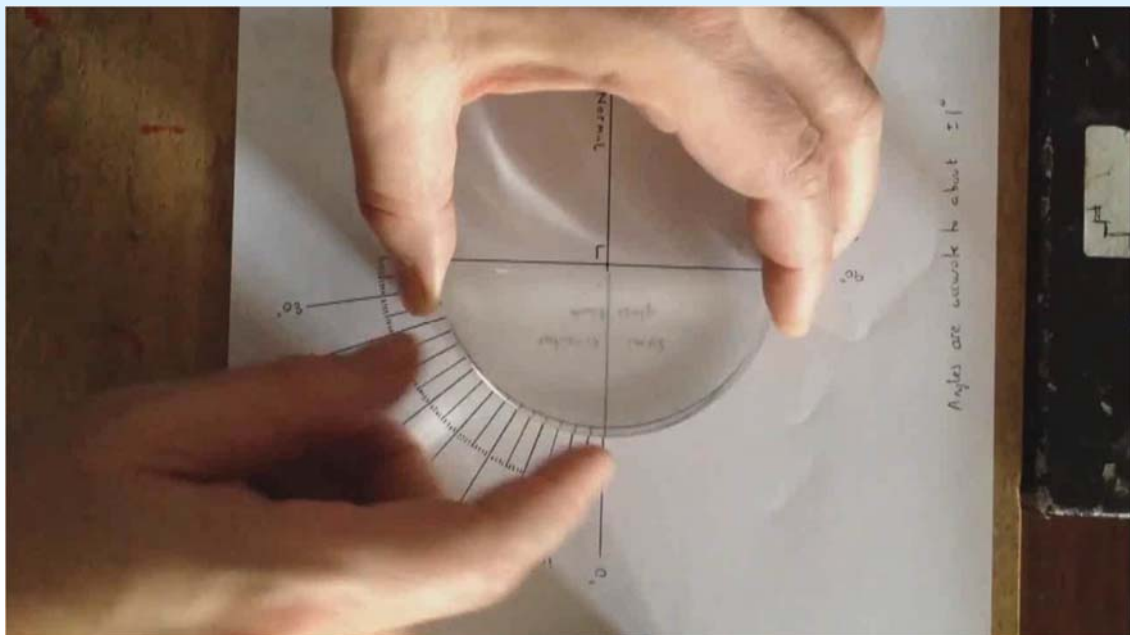
When wave fronts are spherical, the rays radiate from the center of the sphere.



When wave fronts are planar, the rays are perpendicular to the wave fronts and parallel to each other.



Reflektion och refraktion



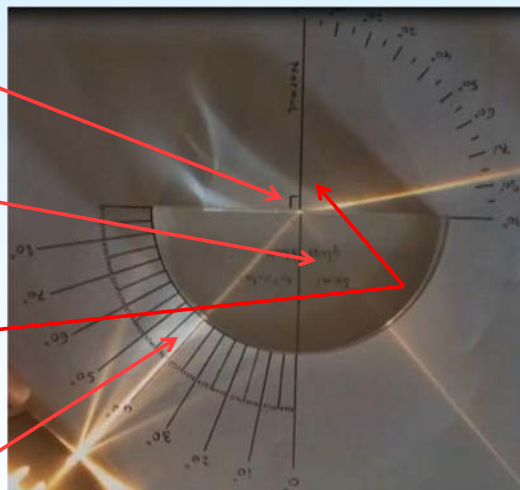
Observationer:

Vid ytan mellan glas och luft både reflekteras och refrakteras ljuset.

Reflektionsvinkeln är densamma som den infallande vinkeln.

Brytningsvinkeln är större än den infallande vinkeln.

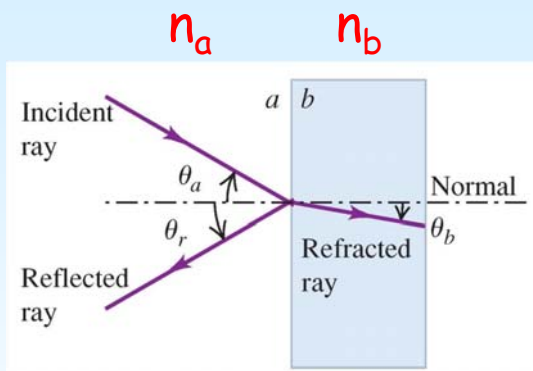
Vid ytan mellan luft och glas är vinkeln 90 grader och då reflekteras och bryts ljuset också med 90 grader.





Ljusets natur

Reflektion & Refraktion



$$n = \frac{c}{v} \quad (\text{index of refraction})$$

$n = 1$ i vakuum

$n > 1$ i ett material

Planet för infallande ljus:
Planet för den infallande strålen och normalen till ytan.

Den reflekterade och refrakterade strålen är i planet för det infallande ljuset.

Reflektionslagen:

$$\theta_r = \theta_a \quad (\text{law of reflection})$$

Snells lag:

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b \quad (\text{law of refraction})$$

Formelsamling



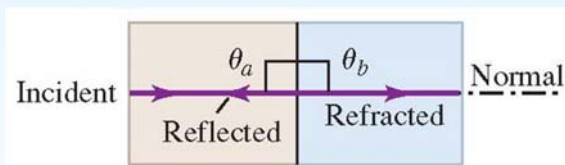
Ljusets natur

Reflektion & Refraktion



Snells law:

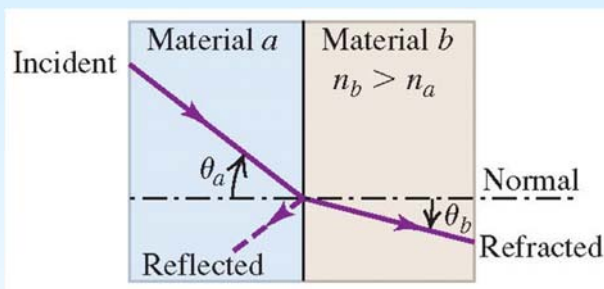
$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b \quad (\text{law of refraction})$$



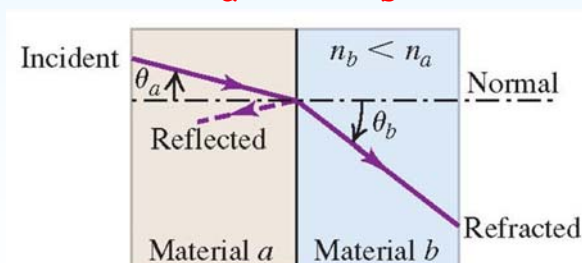
Regel:

Stort $n \Rightarrow$ Liten vinkel

$$n_a < n_b$$



$$n_a > n_b$$

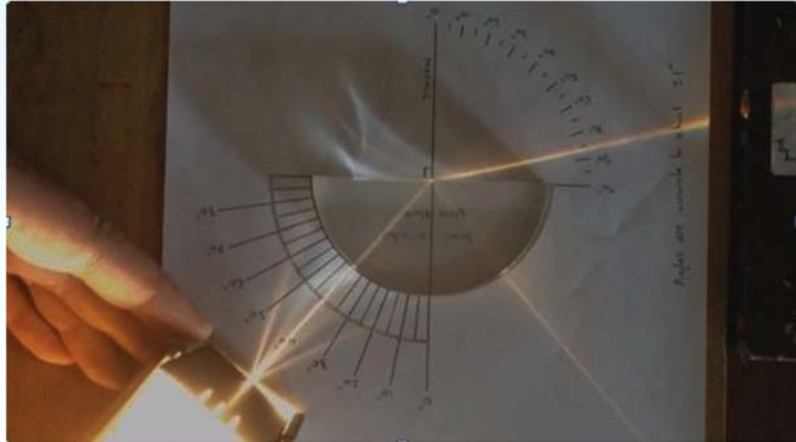


Ljus intensitet

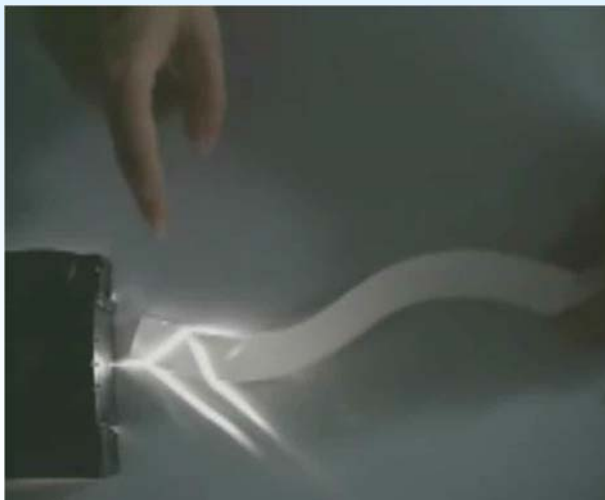
Intensiteten hos det reflekterade ljuset ökar från nästan 0% vid $\theta = 0^\circ$ till 100% för $\theta = 90^\circ$.

Intensiteten hos det reflekterade ljuset beror också på n och på polariseringen av det inkommande ljuset.

Summan av intensiteten av det reflekterade och refrakterad ljuset är lika med intensiteten hos det inkommande ljuset.



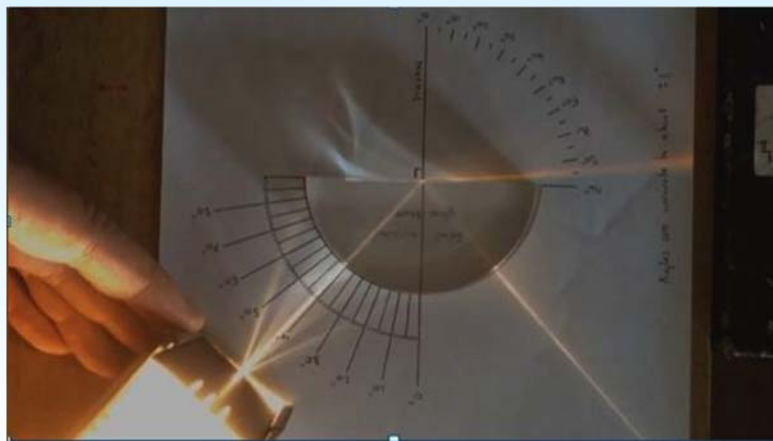
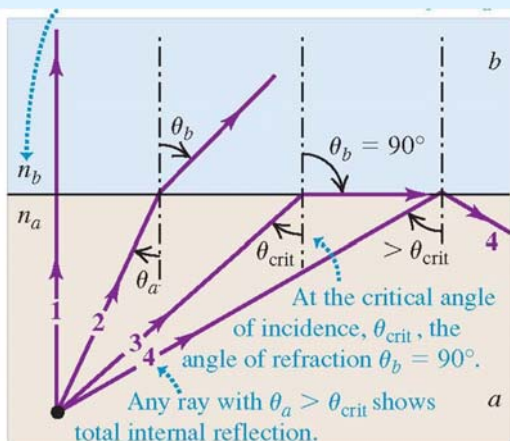
Totalreflektion



<https://www.youtube.com/watch?v=7aU8sX8cFNs>

Totalreflektion

när ljuset går till ett medium med mindre n



90°

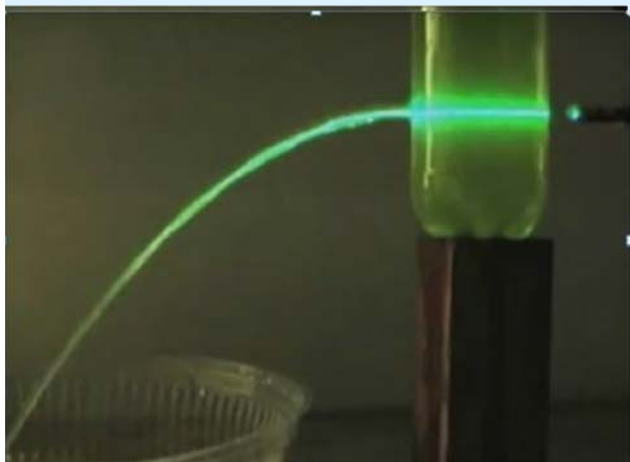
$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

$$\sin \theta_{\text{crit}} = \frac{n_b}{n_a} \quad (\text{critical angle for total internal reflection})$$

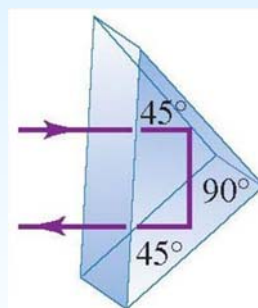
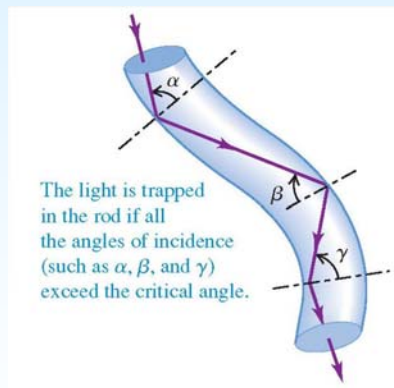
Totalreflektion

optisk fiber

Porro prisma



https://www.youtube.com/watch?v=hBQ8fh_Fp04

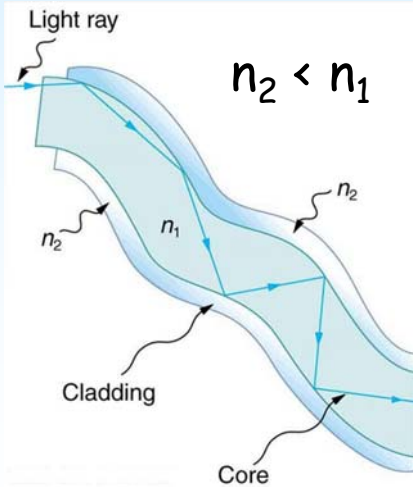


$$\theta_{\text{crit}} = 41.1^\circ$$

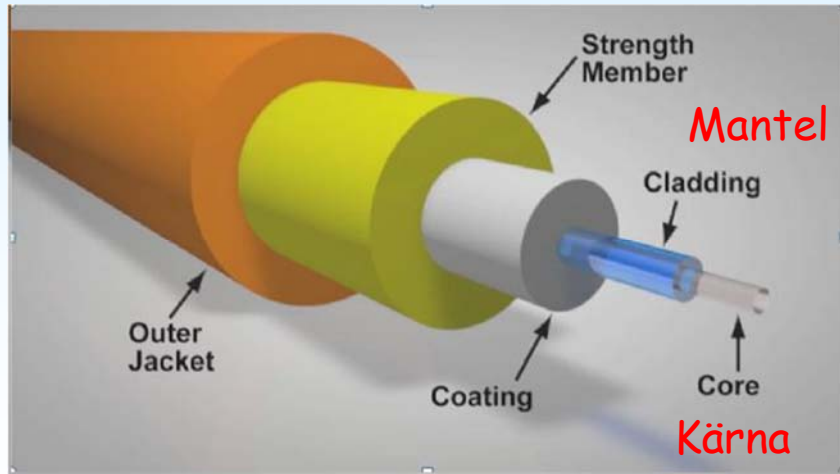
$$\sin \theta_{\text{crit}} = \frac{n_b}{n_a} \quad (\text{critical angle for total internal reflection})$$

Optiska fiber

Princip

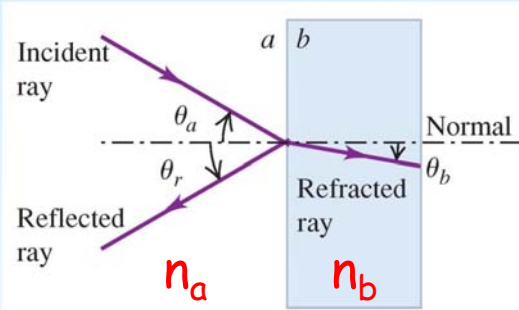


Struktur



<https://www.youtube.com/watch?v=p9aC575BJcw>

Frekvens- och våglängdsberoende



Frekvens och våglängd

$v = c/n$ Större n → Hastigheten lägre
 $f_a = f_b$ Större n → Frekvensen oförändrad
 $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf}$ Större n → Våglängden kortare

$$n = \frac{c}{v} \quad (\text{index of refraction})$$

$n = 1$ i vakuum
 $n > 1$ i ett material

$$\lambda_0 = c / f \quad n = 1$$

$$\lambda = v / f \quad n > 1$$

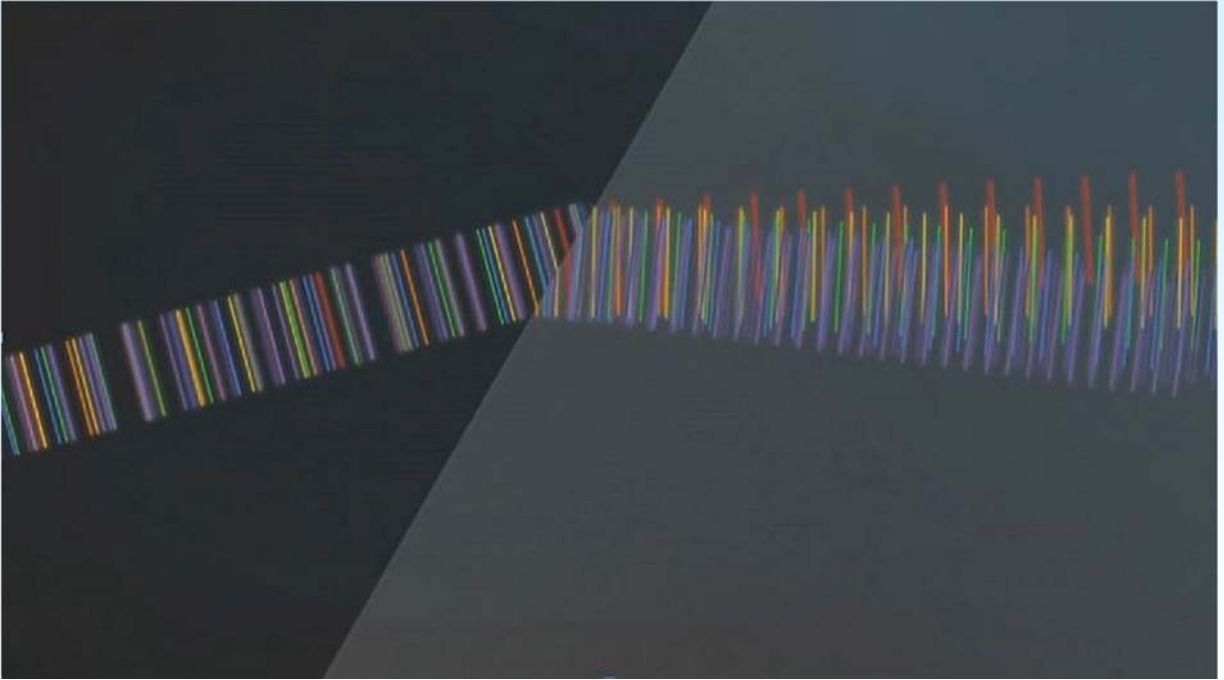


$$\lambda_0 / \lambda = c / v = n$$

Ljus dispersion



<https://www.youtube.com/watch?v=GNMqoInLc9Q>



<https://www.youtube.com/watch?v=AggiOg67uXM>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

133

Dispersion

Hur är det möjligt ?



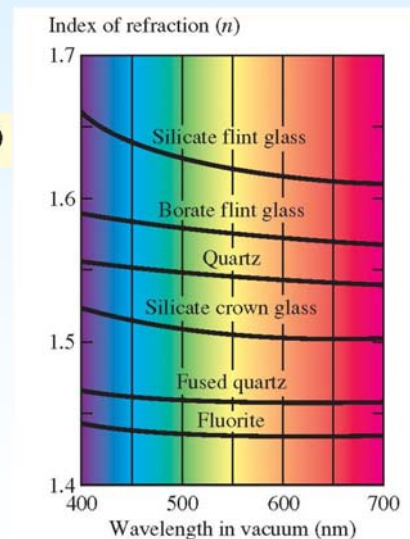
$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b \quad (\text{law of refraction})$$

Svar: n måste bero på λ !

men

$$n = c / v$$

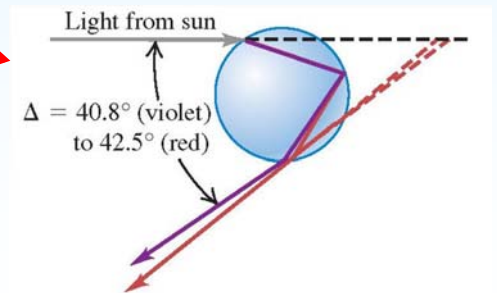
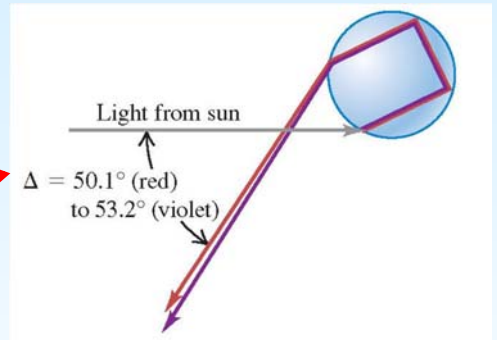
så hastigheten i materialet måste
beror på λ



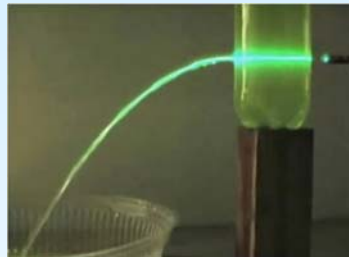
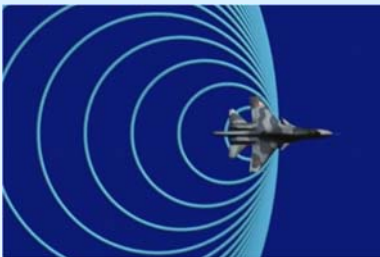
Vincent Hedberg - Lunds Universitet

134

Regnbåge

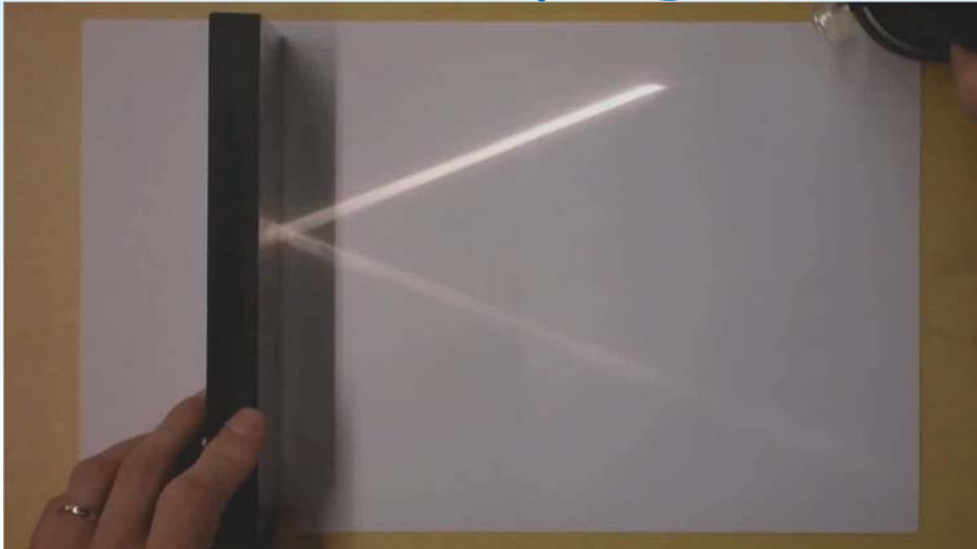


Vågrörelselära och optik



Kapitel 34 - Optik

Platta speglar



<https://www.youtube.com/watch?v=uQE659ICjqQ>

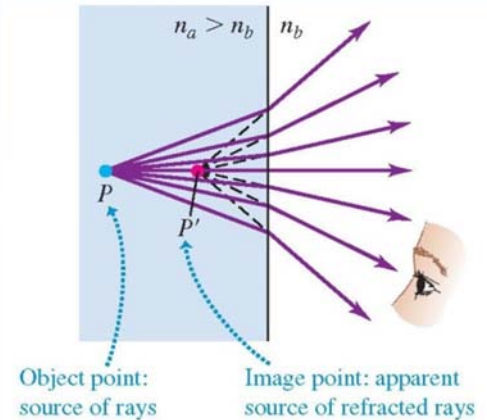
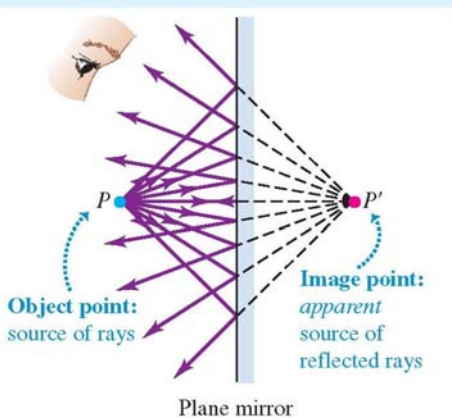
Vincent Hedberg - Lunds Universitet

137

Geometrisk optik

Speglar

Virtuella bilder: utgående strålar divergerar



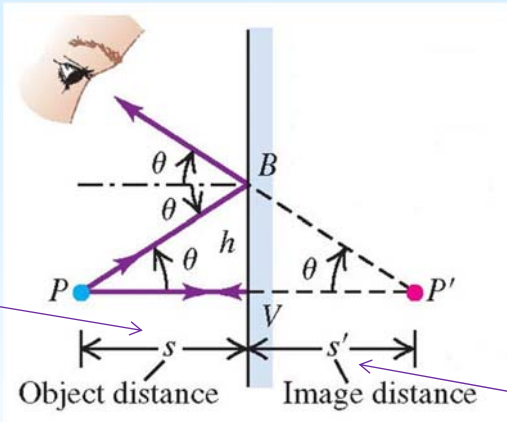
Reella Bilder: utgående strålar konvergerar till en bild som kan visas på en skärm

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

138

• Punkt objekt

positiv



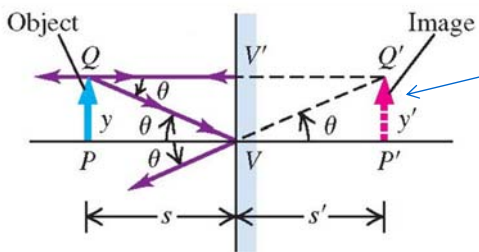
Tecken regler:

Objekt avstånd (s) - positiv om samma sida som inkommande ljus.

Bild avstånd (s') - positiv om samma sida som utgående ljus.

negativ

↑
Utsträckt objekt

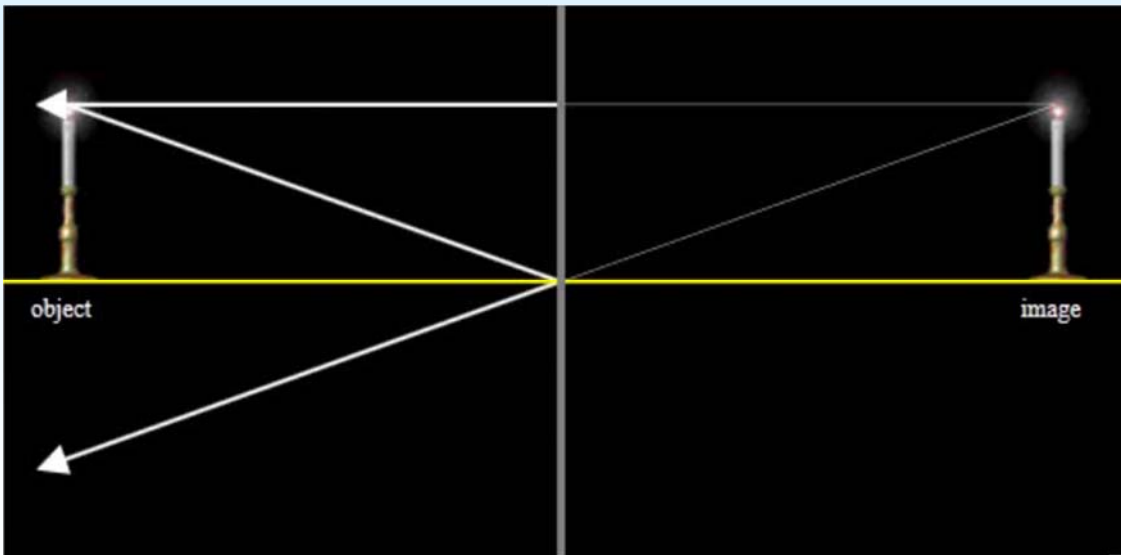


Virtuell bild

$$m = \frac{y'}{y} \quad (\text{lateral magnification})$$

Formelsamling

Platt spegel



Konkava speglar

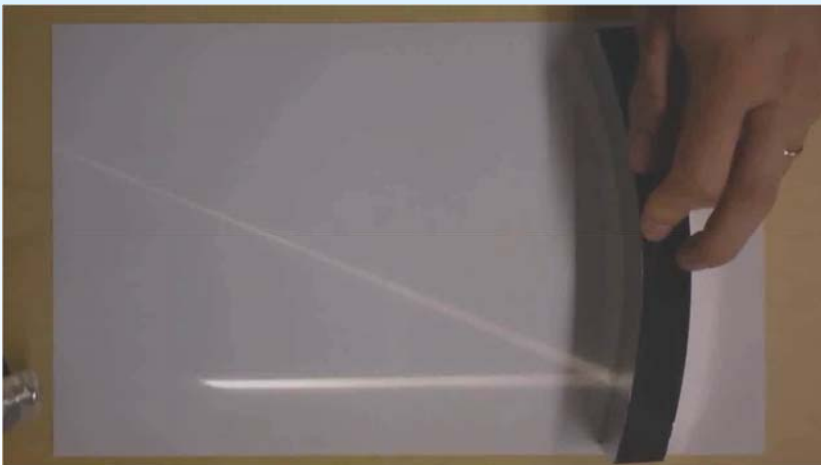


Vincent Hedberg - Lunds Universitet

141

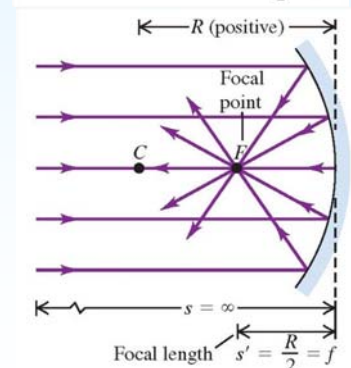
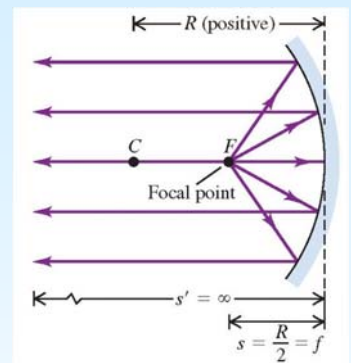
Geometrisk optik Speglar

Konkav spegel



$$f = \frac{R}{2}$$

f = brännpunktsavstånd
 R = krökningsradie



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

142

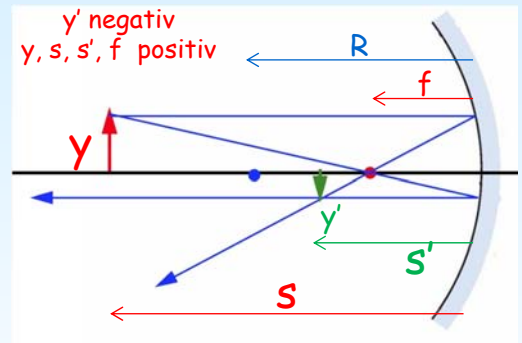
Teckenregler för sfäriska speglar

Positivt objekt avstånd (s) =
om objekt och inkommande ljus på
samma sida.

Positivt bild avstånd (s') =
om bild och utgående ljus på samma sida.

Positiv krökningradie (R) =
om center på samma sida som utgående ljus.

Positiv förstoring (m) =
om samma riktningen av objekt och bild.



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

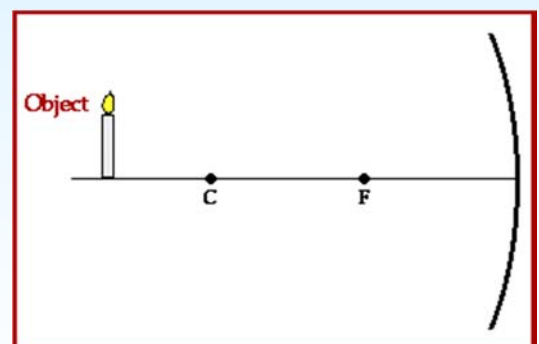
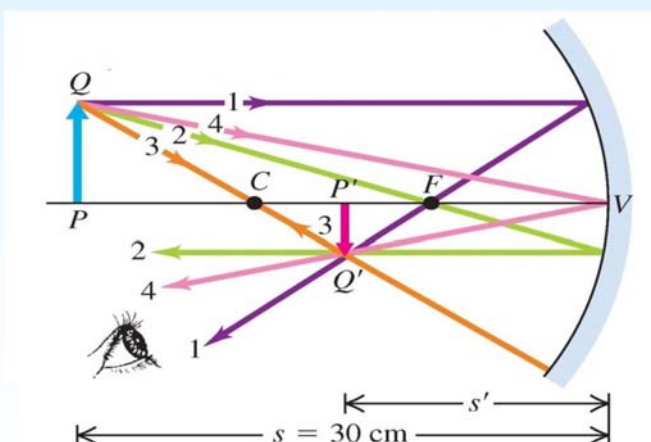
$$f = \frac{R}{2}$$

Formelsamling

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Ett oändligt antal strålar kan dras
från ett objekt till sin bild.

Men endast två strålar behövs
för att bestämma läget för
bilden.





Geometrisk optik

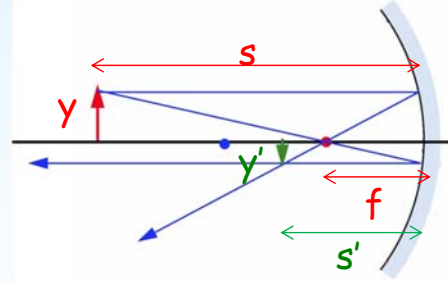
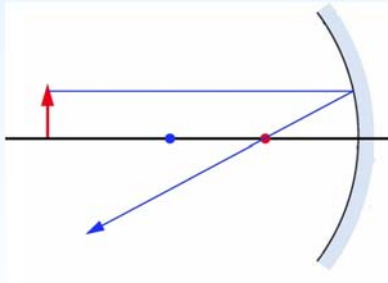
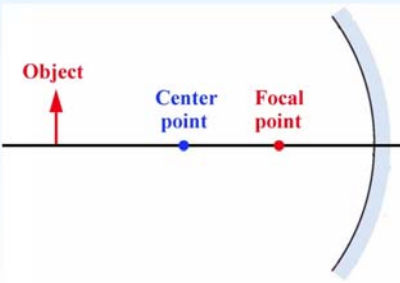
Speglar



Hur man hittar bilden i en konkav spegel

Botten av objektet är på den optiska axeln och så botten av bilden kommer också att vara på den optiska axeln.

Den övre delen av bilden kan hittas med vilka två strålar som helst. Använd till exempel två strålar som går genom brännpunkten.



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

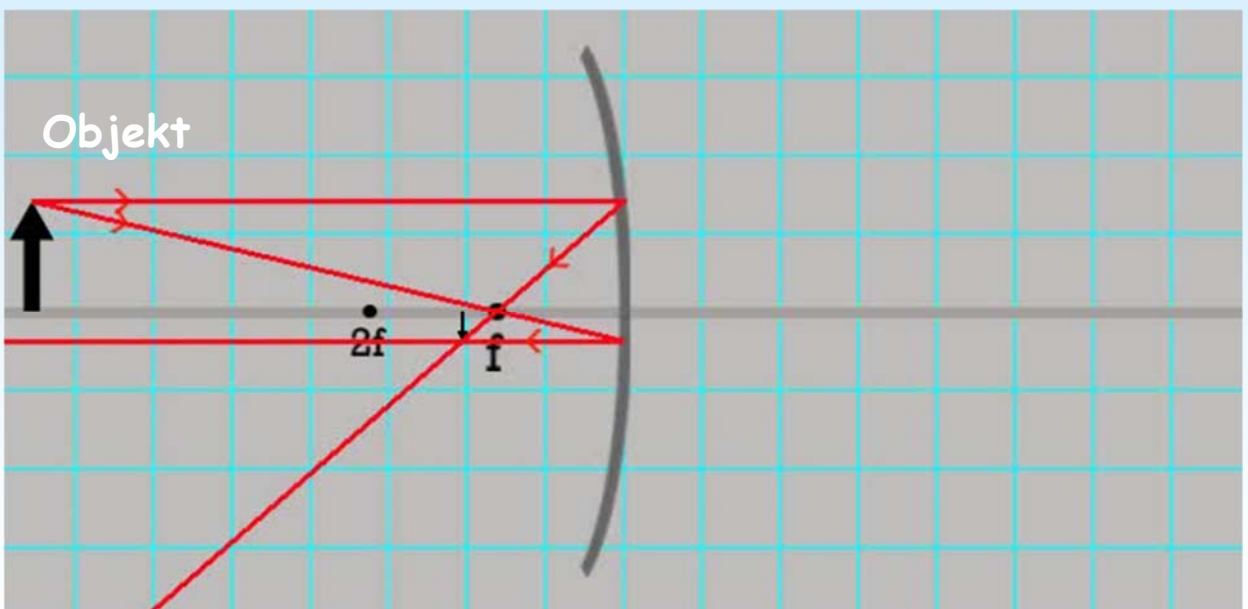
$$f = \frac{R}{2}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



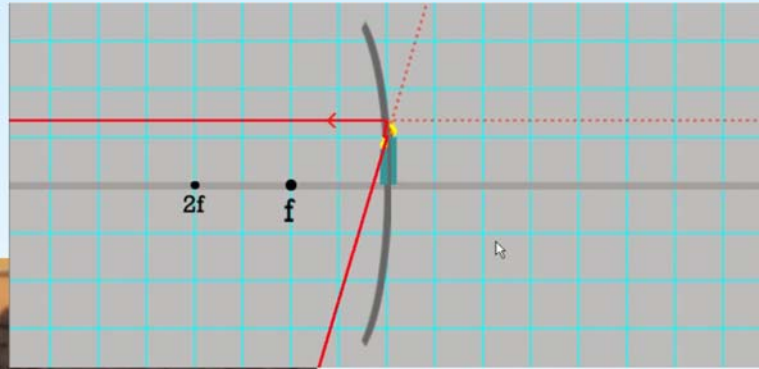
Geometrisk optik

Speglar





Geometrisk optik Speglar



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

147



Geometrisk optik Speglar



Konkava speglar kan ge reella bilder

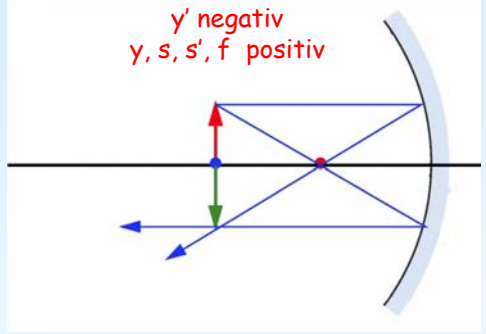
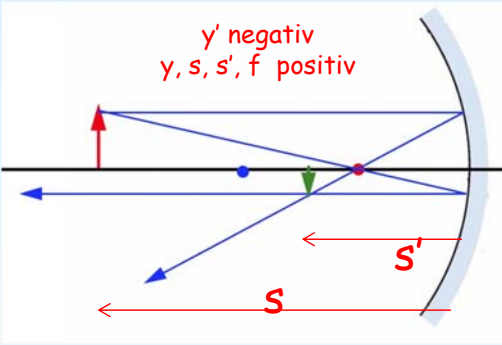


Vincent Hedberg - Lunds Universitet

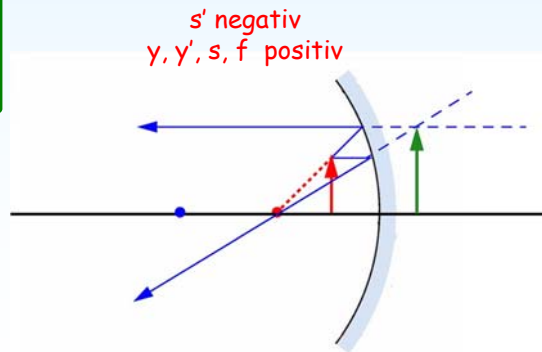
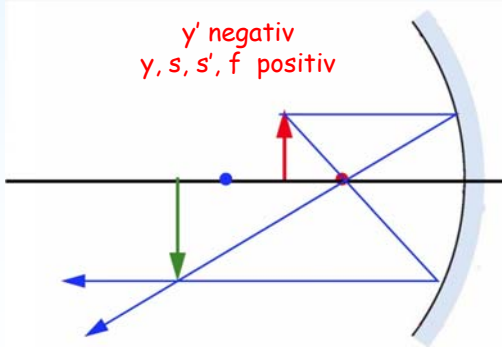
148



Geometrisk optik Speglar



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



Geometrisk optik Speglar



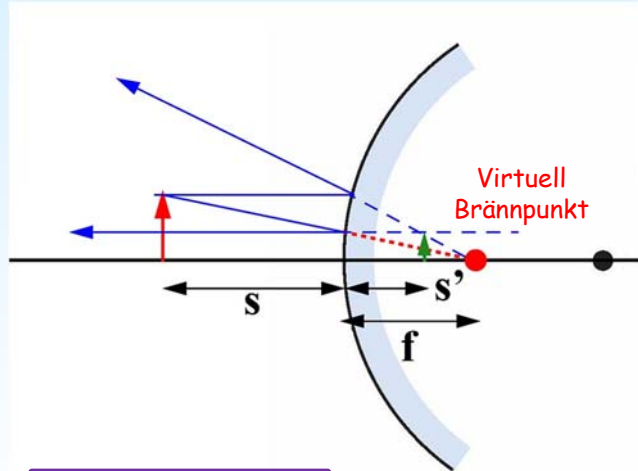
Konvexa speglar



Konvexa speglar



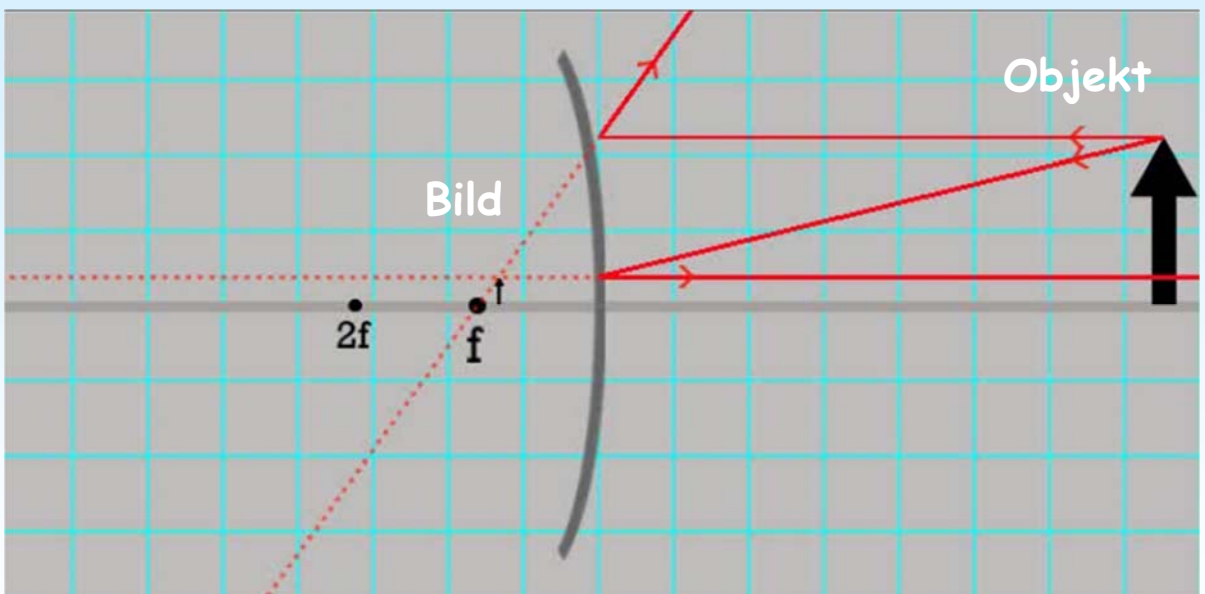
https://www.youtube.com/watch?v=J6LQM6re_1s



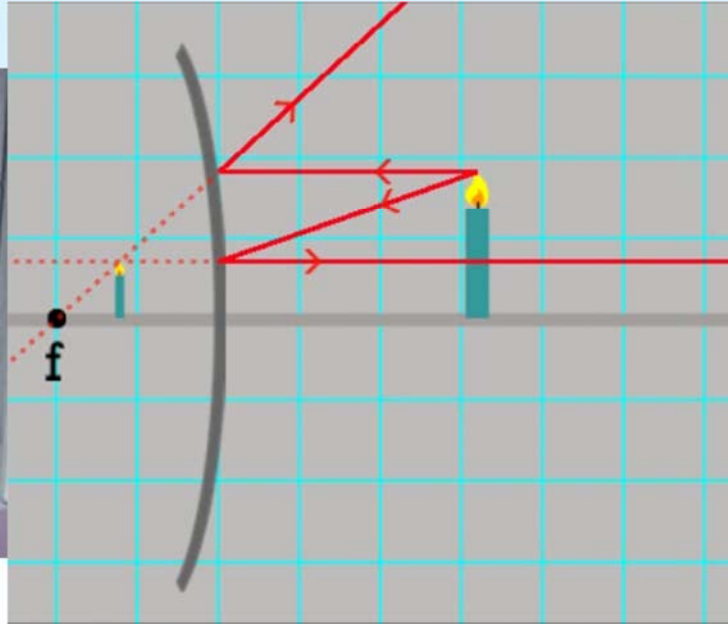
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

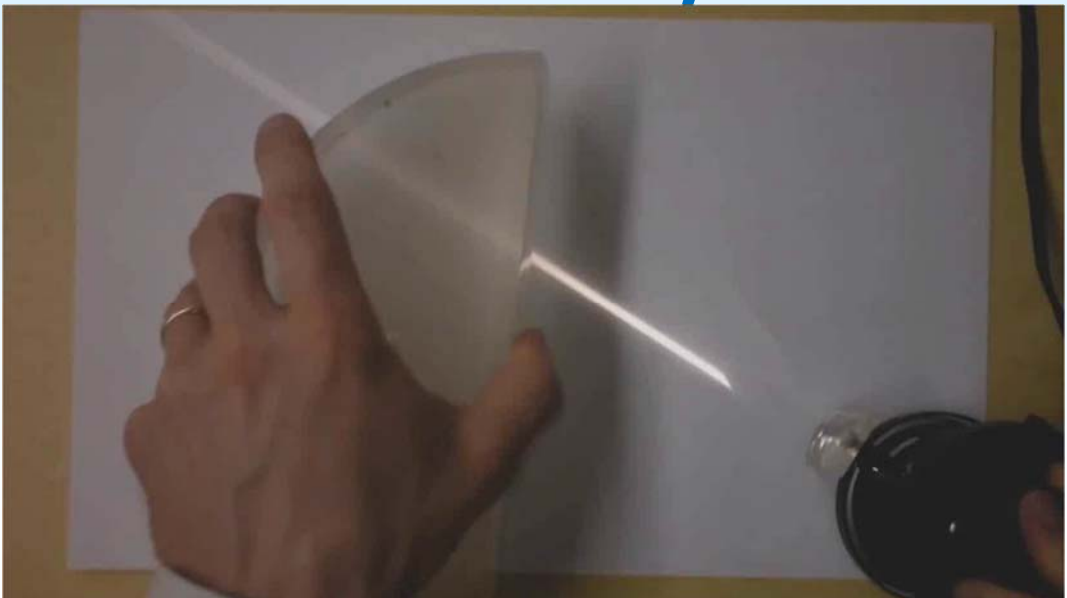
s', f negativ
 y, y', s positiv



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>



Sfäriska ytor



Sammanfattning - Sfäriska ytor

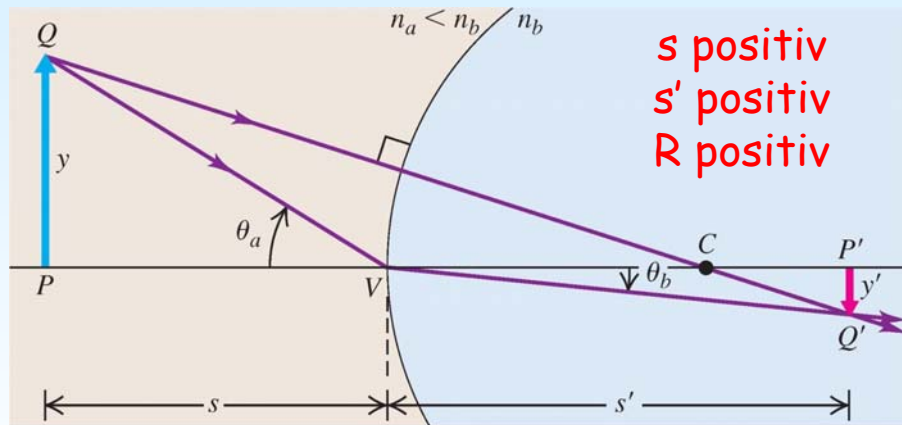
Tecken regler:

Positivt objekt avstånd (s)
objekt och inkommande
ljus på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
bild och utgående ljus på
samma sida.

Positiv krökningradie (R)
center på samma sida som
utgående ljus.

Positiv förstoring (m)
samma riktningen av
objekt och bild.



Formelsamling

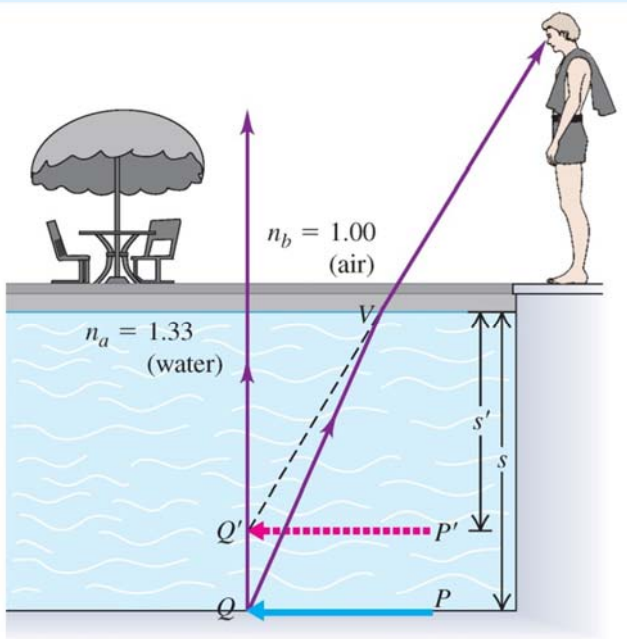
$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Platta ytor



Special fall: Platt yta



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} = 0$$

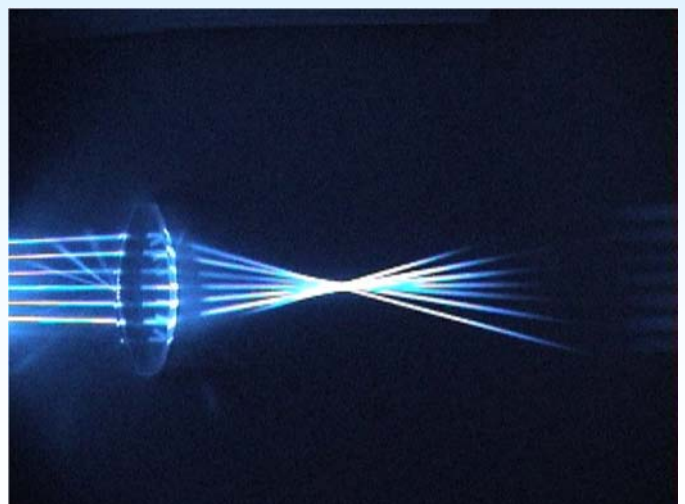
∞



$$n_a/s = -n_b/s'$$

$$-s'/s = n_b/n_a$$

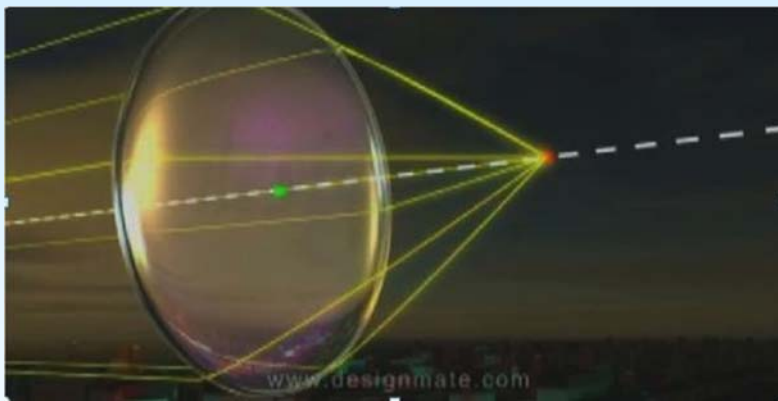
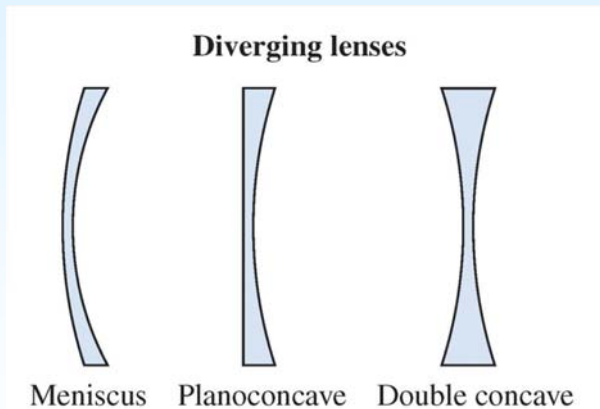
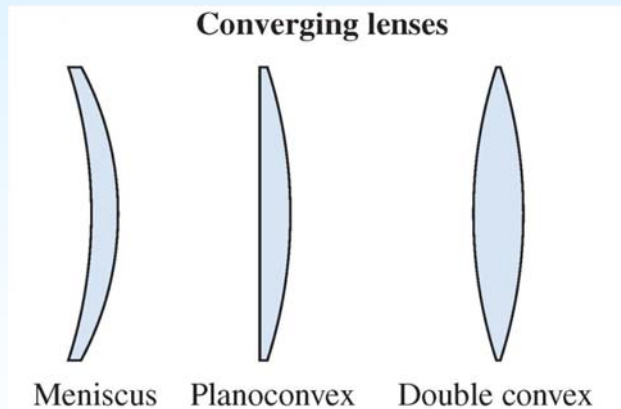
Konvexa linser



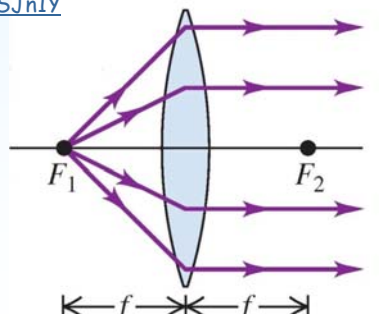
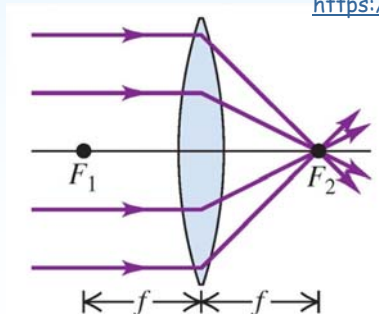
Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent.

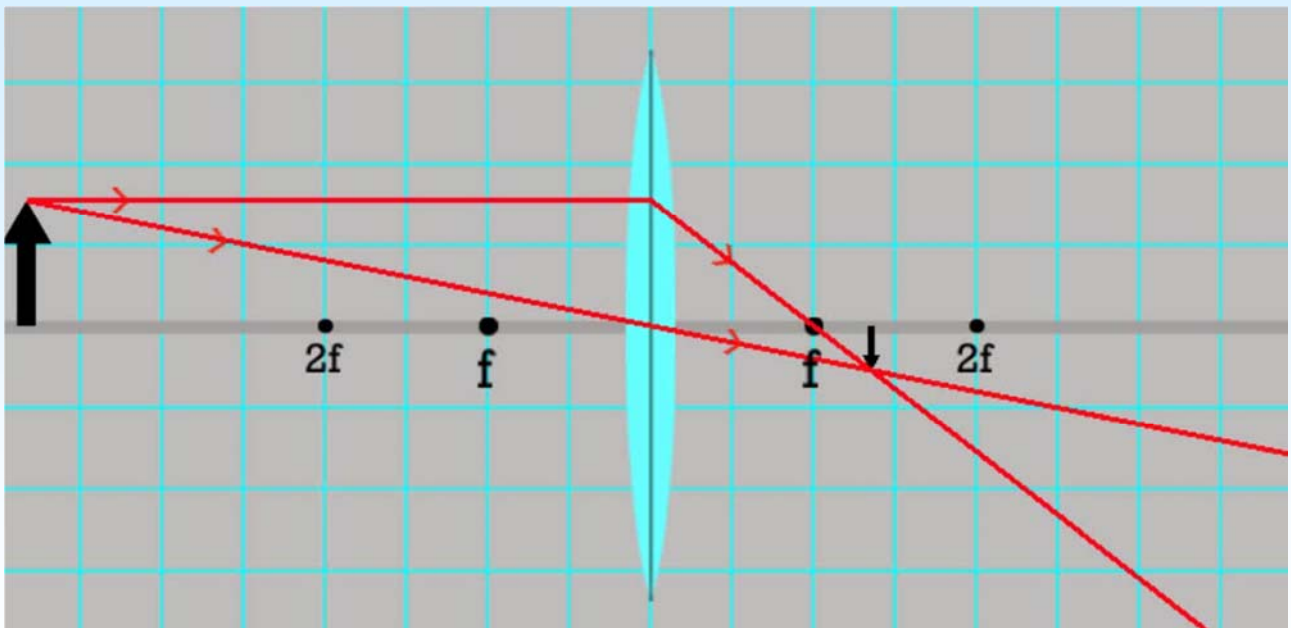
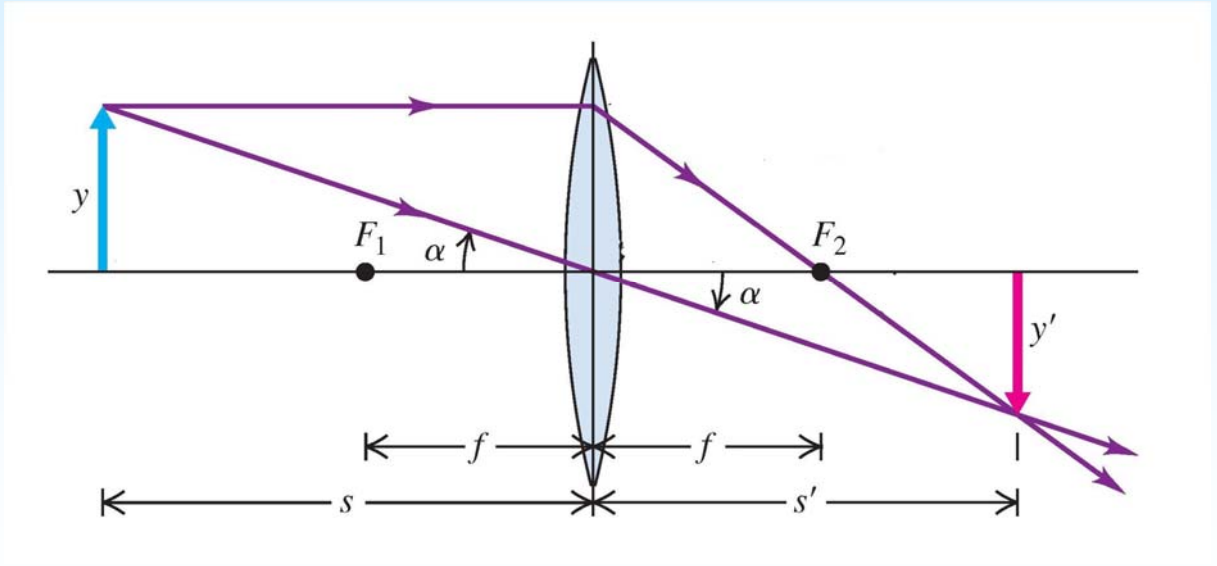
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande.

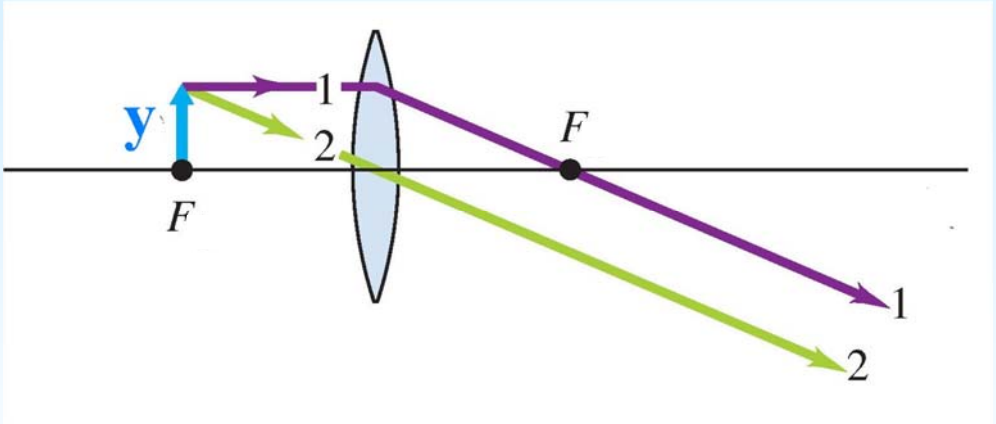


https://www.youtube.com/watch?v=4zuB_dSJn1Y



Två användbara strålar





Ett föremål placerat vid brännpunkten verkar vara oändligt långt borta

Tecken regler:

Positivt objekt avstånd (s)
objekt och inkommande ljus på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
bild och utgående ljus på samma sida.

Positivt brännpunktsavstånd (f)
Konvergerande (konvexa) linser

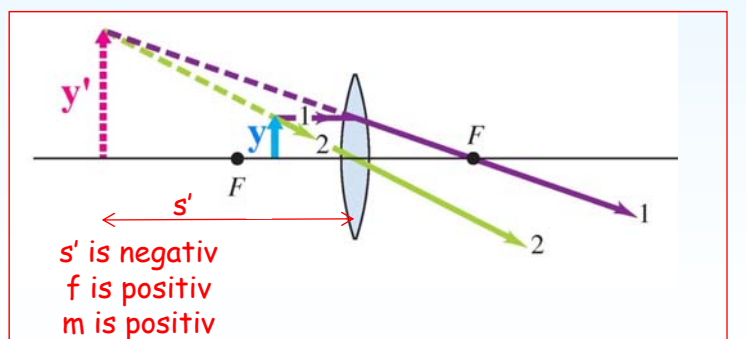
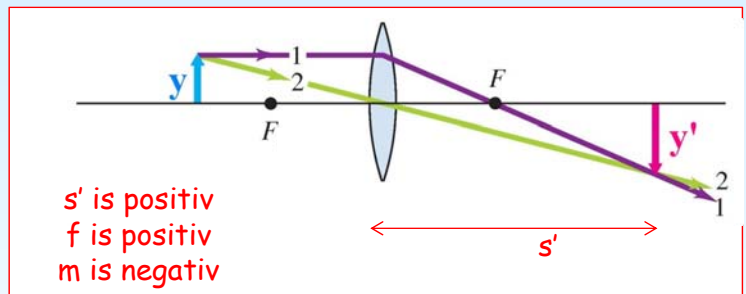
Positiv förstoring (m)
samma riktningen av objekt och bild.

Formelsamling

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Sammanfattning konvexa linser





Geometrisk optik Linser



Gauss formel

Newtons formel

Formelsamling

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$f = \frac{s s'}{s + s'}$$

$$s = \frac{s' f}{s' - f}$$

$$s' = \frac{s f}{s - f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

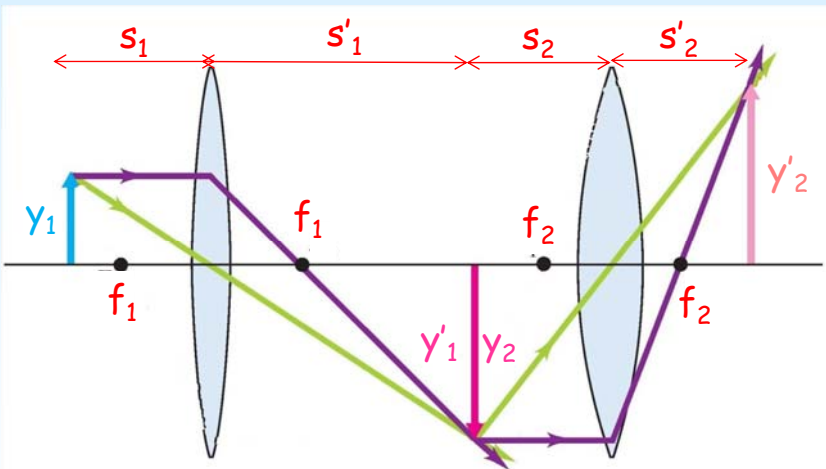
$$m = -\frac{f}{s - f}$$



Geometrisk optik Linser



Kombinera två linser



$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1}$$

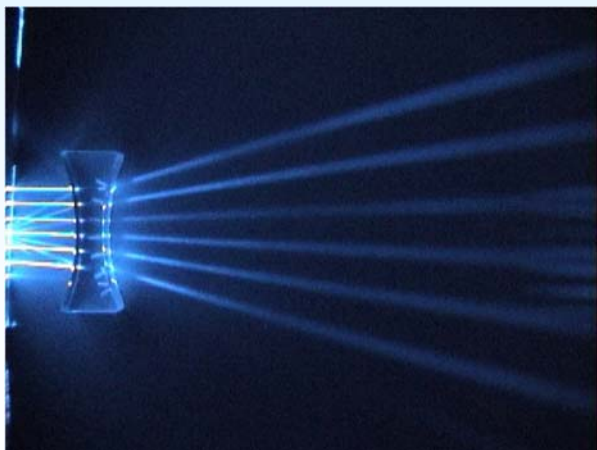
$$m_1 = -\frac{s'_1}{s_1}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2}$$

$$m_2 = -\frac{s'_2}{s_2}$$

$$\Rightarrow m = m_1 m_2 = \frac{s'_1 s'_2}{s_1 s_2}$$

Konkava linser

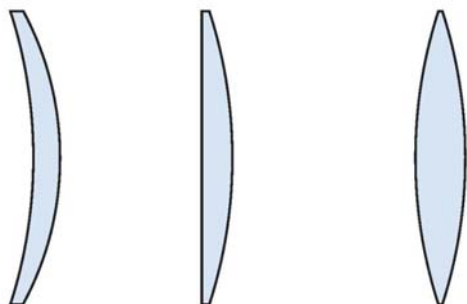


Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent.

En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande.

Converging lenses

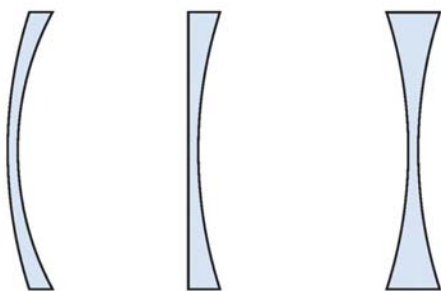


Meniscus

Planoconvex

Double convex

Diverging lenses



Meniscus

Planoconcave

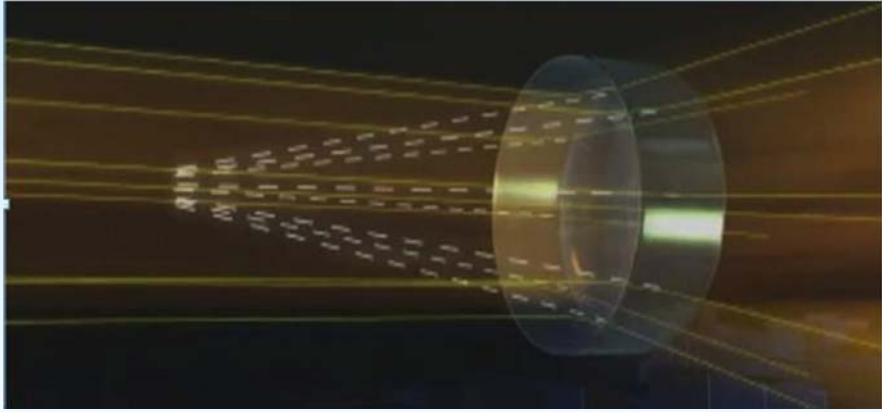
Double concave



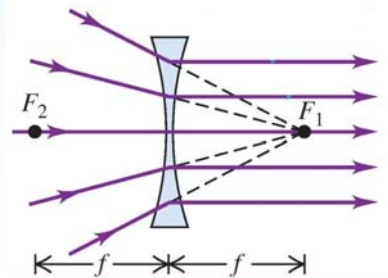
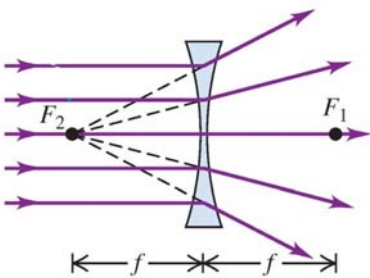


Geometrisk optik

Linser

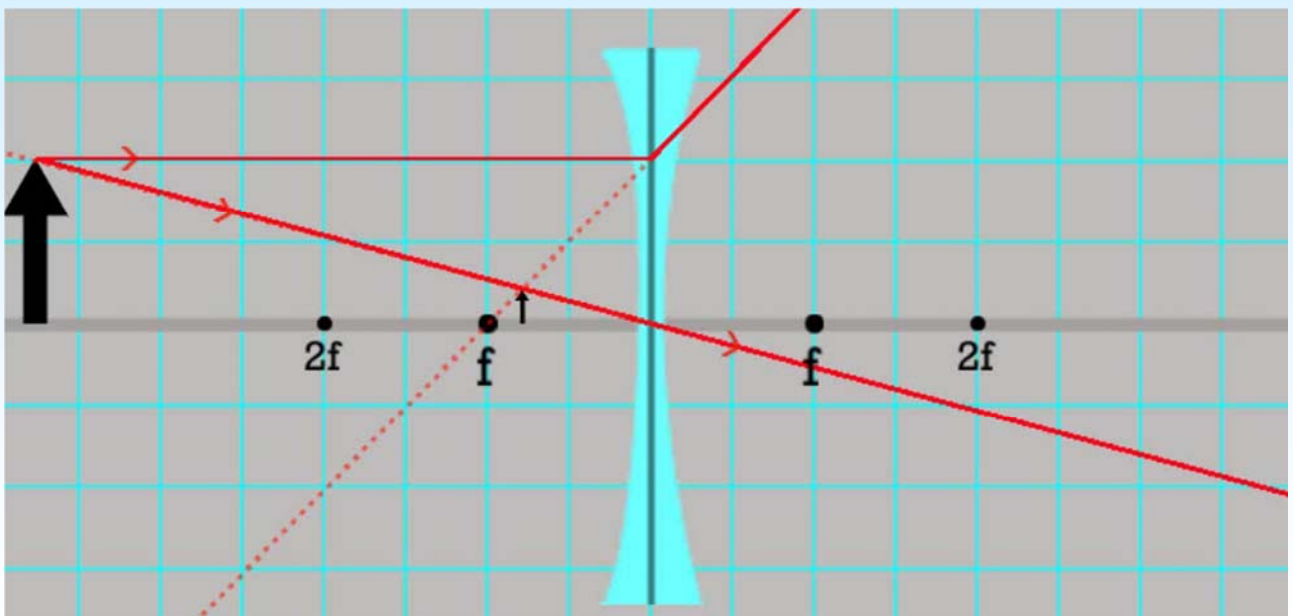


https://www.youtube.com/watch?v=4zuB_dSJn1Y



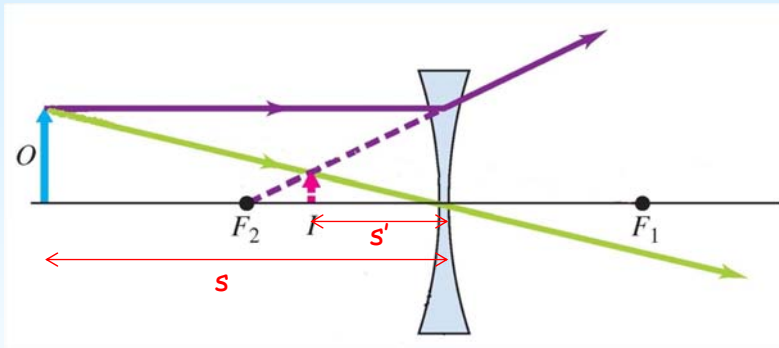
Geometrisk optik

Linser



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>

Lins formeln för konkava linser



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

f är negativ för
divergerande linser

s' är negativ för
divergerande linser

$$m = -\frac{s'}{s}$$

m är positiv

Linsmakarens formel





Geometrisk optik

Linser

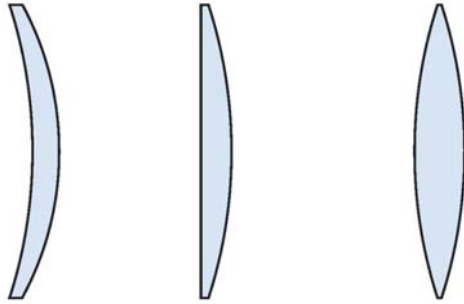


Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent (f är positivt)

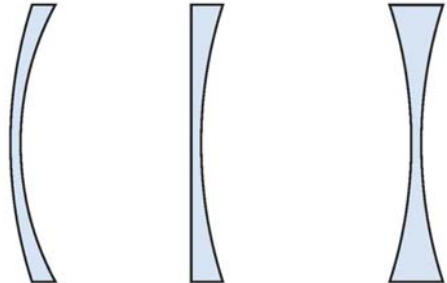
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande (f är negativt)

Converging lenses



Meniscus Planoconvex Double convex

Diverging lenses

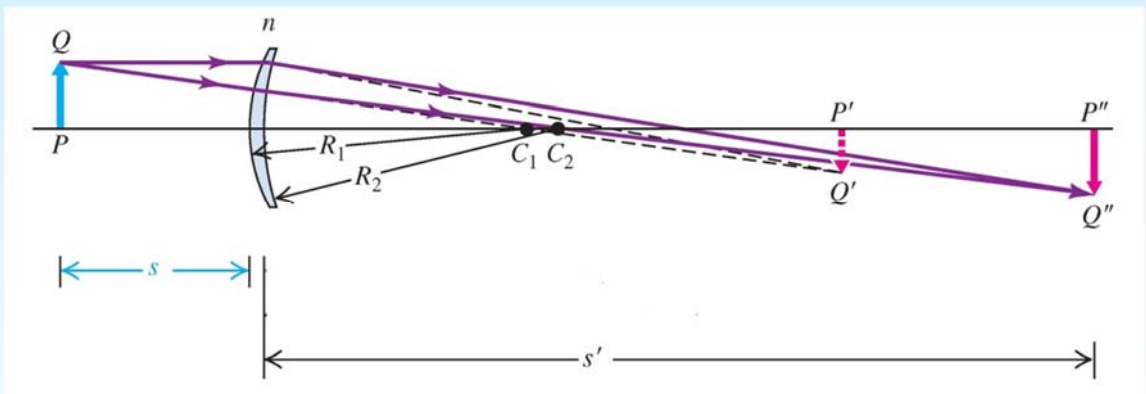


Meniscus Planoconcave Double concave



Geometrisk optik

Linser



Linsmakarens ekvation

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Formelsamling



Geometrisk optik

Linser



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$$m = \frac{y'}{y}$$

Tecken regel för krökningsradie - R är positiv om centrum är på sidan med utgående ljus.



$f = \text{positiv}$

$R_1 = \text{positiv}$

$R_2 = \text{positiv}$

$s' = \text{positiv eller negativ}$



$f = \text{positiv}$

$R_1 = \text{positiv}$

$R_2 = \text{negativ}$

$s' = \text{positiv eller negativ}$



$f = \text{negativ}$

$R_1 = \text{negativ}$

$R_2 = \text{positiv}$

$s' = \text{negativ}$



Geometrisk optik

Sammanfattning



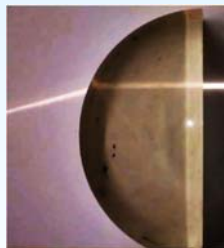
Sammanfattning



Konkav
spegel



Konvex
spegel



Sfärisk
yta



Konvex
lins



Konkav
lins



Formler

Formelsamling

Konkav
spegel

Konvex
spegel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

Sfärisk
yta

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Konvex
lins

Konkav
lins

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Tecken regler speglar:

Positivt objekt avstånd (s)
om objekt och inkommande ljus
på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
om bild och utgående ljus
på samma sida.

Positiv krökningradie (R)
om center på samma sida
som utgående ljus.

Positiv förstoring (m)
om samma riktningen
av objekt och bild.

Tecken regler linser:

Positivt objekt avstånd (s)
om objekt och inkommande ljus
på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
om bild och utgående ljus
på samma sida.

Positivt brännpunktsavstånd (f)
Konvergerande (konvexa) linser

Positiv förstoring (m)
om samma riktningen
av objekt och bild.

Ögat



Geometrisk optik

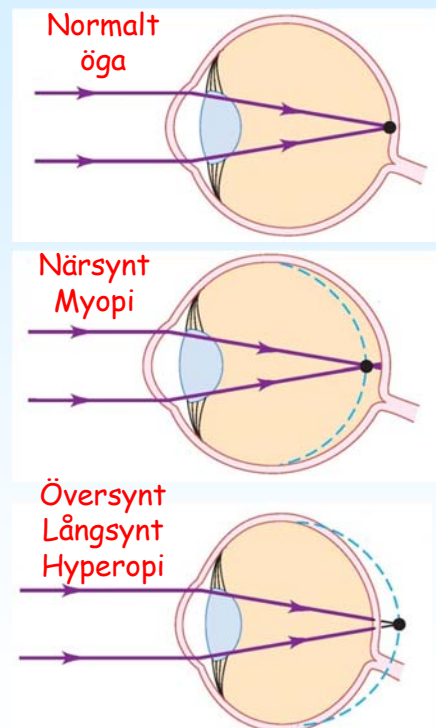
Ögat

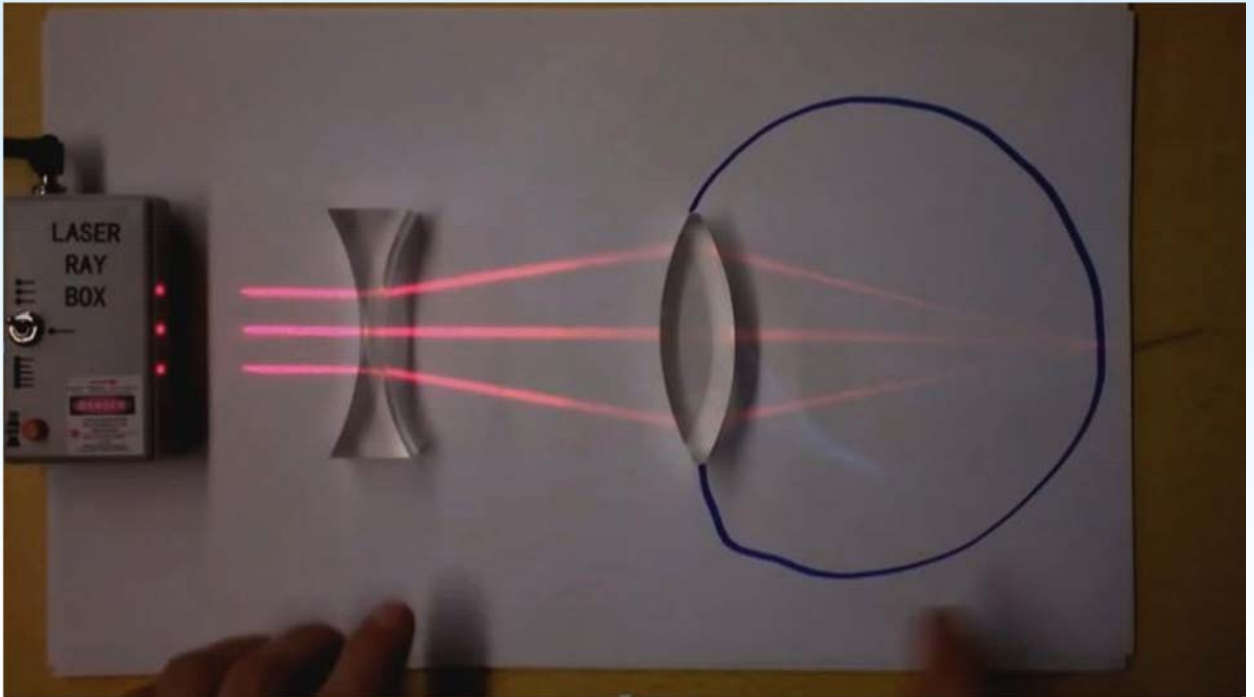
När punkten: kortaste avståndet till ögat vid vilken människor kan se klart (från 7cm vid 10 års ålder till 40 cm vid 50 års ålder för normalt ögat).

Normalt läsavstånd: antas vara 25 cm när man utformar korrektionslinser.

Fjärr punkten: Längsta avståndet till ögat vid vilken människor kan se klart.

Linser för korrigeringar anges i dioptrier:
Lins styrka = $1/f$ (enhet: dioptrier = m^{-1})





https://www.youtube.com/watch?v=VDehC_Txa1U

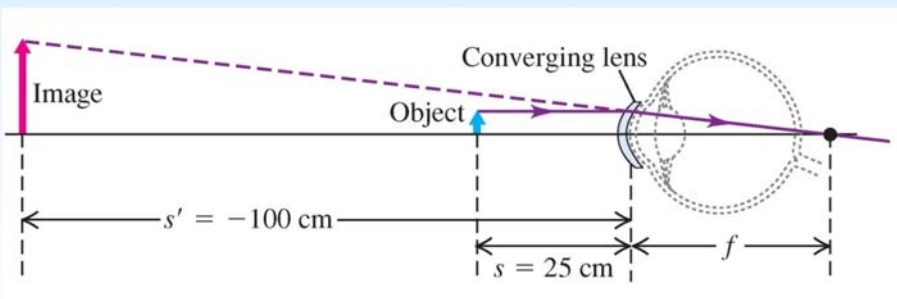
Vincent Hedberg - Lunds Universitet

181

Geometrisk optik Problem

Ett översynt öga har närpunkten på ett avstånd av 100 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att närpunkten ska flyttas till 25 cm ?



Med ett föremål på $s = 25$ cm från korrektionslinsen vill vi att bilden ska hamna vid $s' = 100$ cm för det är den närmsta punkten ögat kan se skarpt.

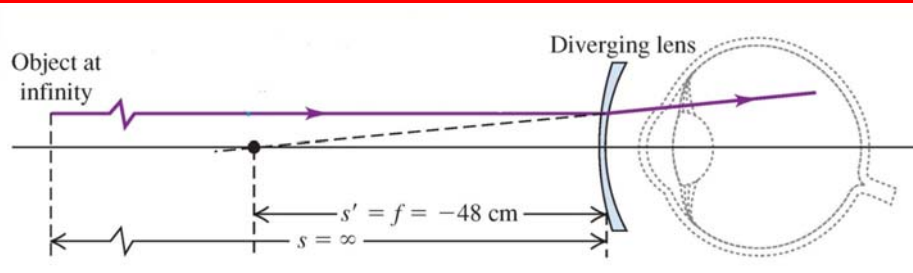
$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}} = \frac{1}{+25 \text{ cm}} + \frac{1}{-100 \text{ cm}}$$

$$f = +33 \text{ cm}$$

Lins styrka = $1/f = 1/0.33 \text{ m}^{-1} = 3$ dioptrier

Ett närsynt öga har fjärrpunkten på ett avstånd av 50 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att korrigera ögat om linsen sitter 2 cm framför ögat?



Linsen ska flytta fjärrpunkten från 50 cm till oändligt långt bort. Korrektionslinsen ska därför ha $s = \text{oändligheten}$ och $s' = 50 - 2 = 48 \text{ cm}$.

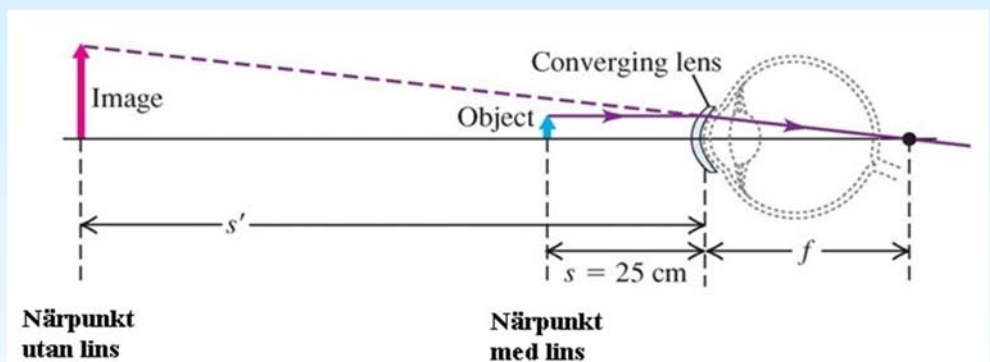
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-48 \text{ cm}}$$

$$f = -48 \text{ cm}$$

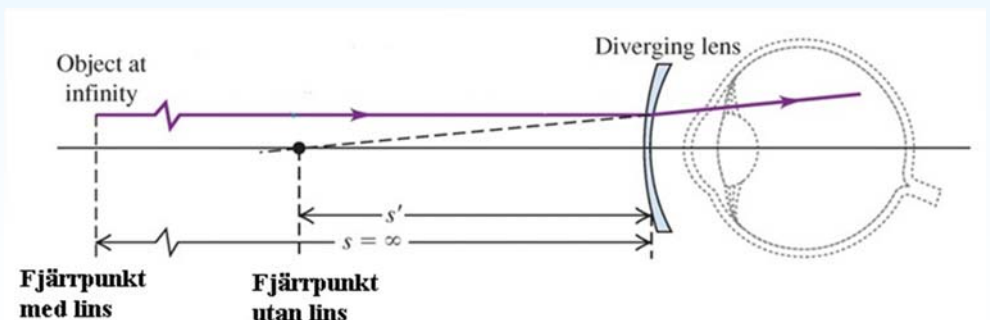
OBS

Lins styrka = $1/f = -1/0.48 \text{ m}^{-1} = -2.1 \text{ dioptrier}$

Översynt



Närsynt



Kameran



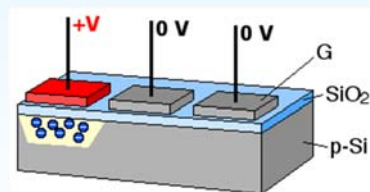
De två viktigaste uppgifterna för en kamera:

1. Fokusering av bilden på bildsensorn (CCD)
2. Lagom exponering (rätt mängd ljus på bildsensorn)

CCD Charge Coupled Device

I varje pixel omvandlas
rött, grönt och blått
ljus till elektroner.

Elektronerna leds ut till
kanterna av sensorn.



Elektronernas laddning
omvandlas sedan till ett
digitalt värde.



Geometrisk optik Kameran



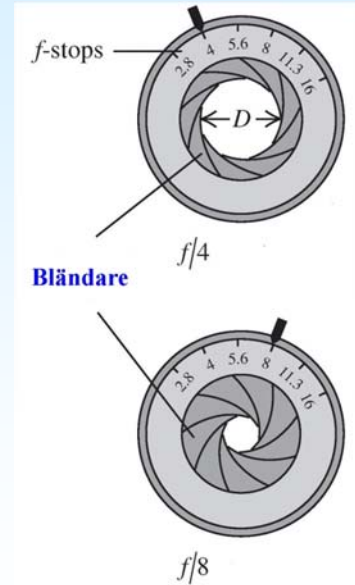
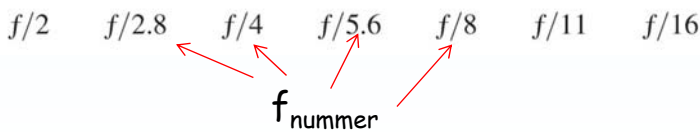
Exponering: Ljusenergi per ytenhet som träffar CCD

Exponeringen beror på slutartiden och bländaren.

Långa slutartider leder till problem om objektet rör sig.

Öppningen styrs av bländaren som kan ändra sin diameter (D).

$$f_{\text{nummer}} = f / D \quad \text{Exponering} \sim 1 / f_{\text{nummer}}^2$$



Litet f_{nummer} = Stor D



Geometrisk optik Förstoringsglas



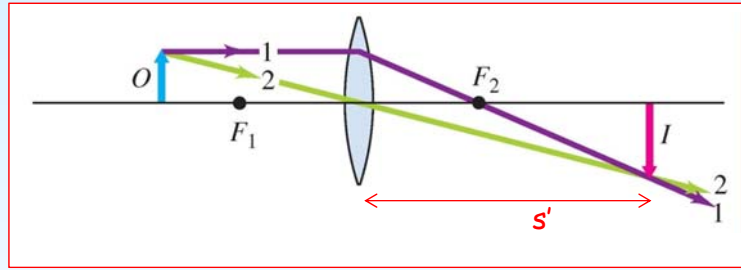
Förstoringsglas



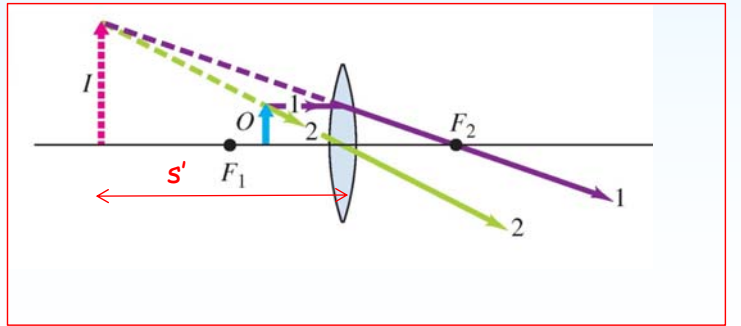
<https://www.youtube.com/watch?v=CIXemjuLMGg>

Ett förstoringsglas är en konvex lins.

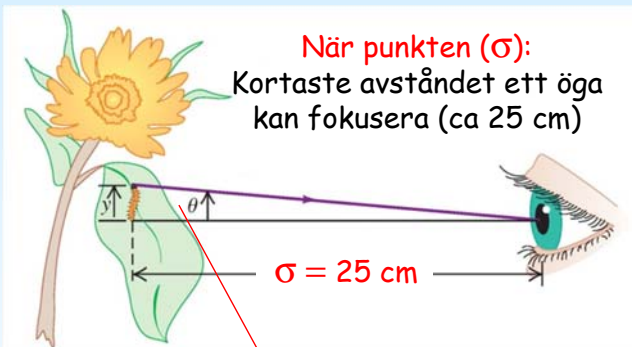
Håller man ett förstoringsglas långt borta från ögat (armlängds avstånd) kan man se en förstorad och upp och ner vänd bild.



Normal användning av ett förstoringsglas är att sätta objektet mellan brännpunkten och glaset för att få en förstorad upprätt bild.

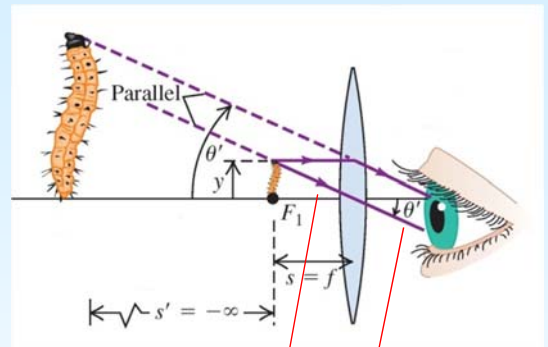


När punkten (σ):
Kortaste avståndet ett öga kan fokusera (ca 25 cm)



Vinkel utan förstoringsglas

$$\tan(\theta) \approx \theta = \frac{y}{\sigma} \approx \frac{y}{25 \text{ cm}}$$



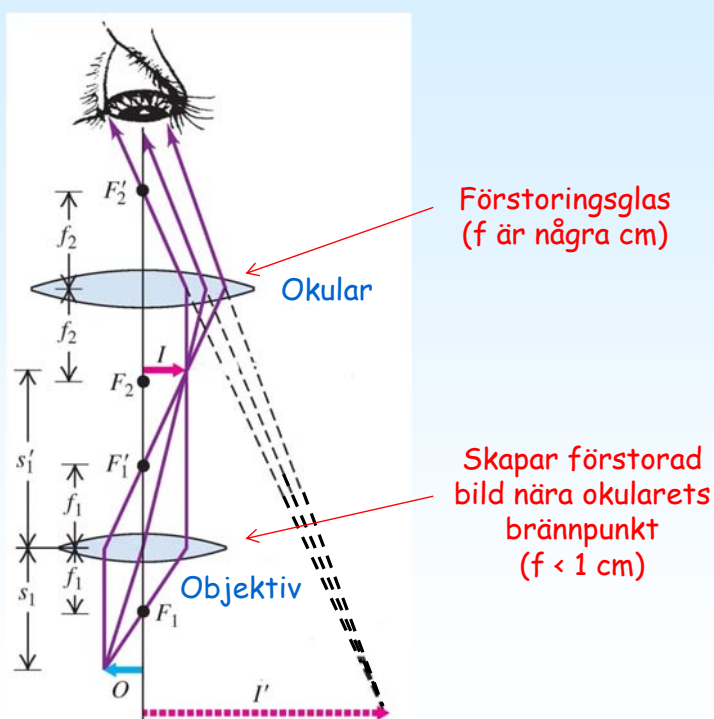
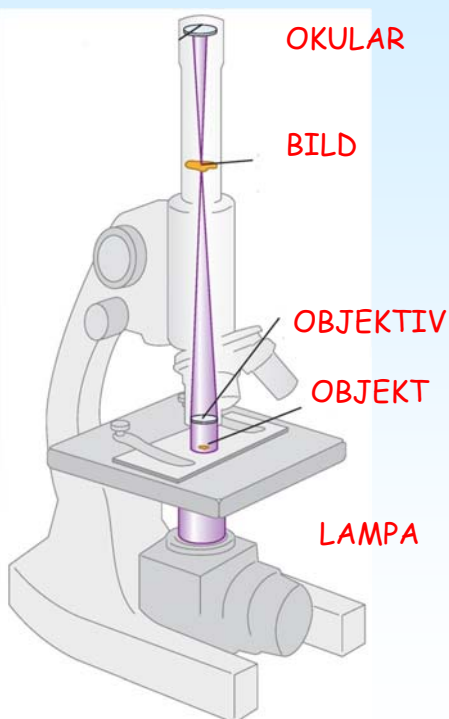
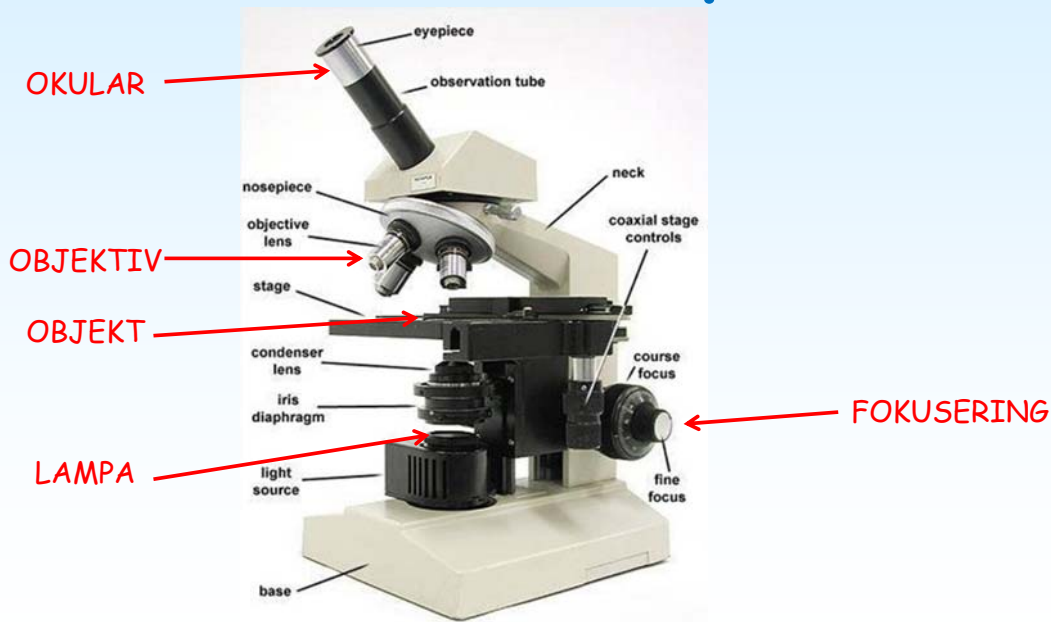
Vinkel med förstoringsglas

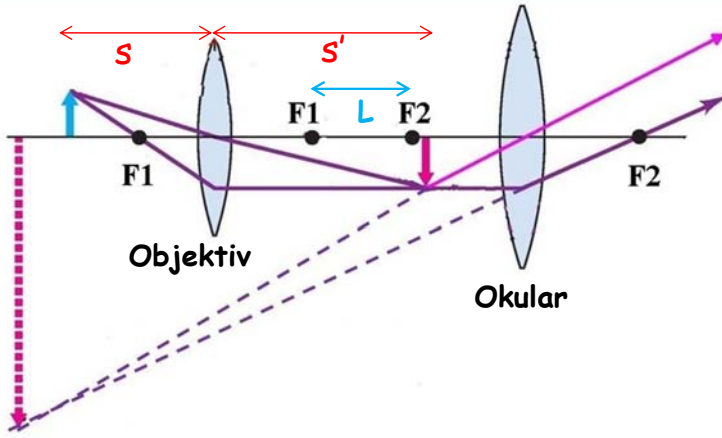
$$\tan(\theta') \approx \theta' = \frac{y}{f}$$

När objektet är i brännpunkten använder man vinkel förstoring (M) i stället för lateral förstoring (m).

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{y/f}{y/\sigma} = \frac{\sigma}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

Mikroskop





OKULAR

Vinkel förstoringen av ett förstoringsglas:

$$M = \frac{\sigma}{f} \quad \text{where } \sigma = 25 \text{ cm}$$



OBJEKTIV

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{s' - f}{f} \approx -\frac{f + L - f}{f} = -\frac{L}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \Rightarrow s = \frac{s'f}{s' - f}$$

Annotations in the diagram:
 $s' \approx f + L$ (pointing to the image distance s')
 $s = \frac{s'f}{s' - f}$ (pointing to the object distance s)

MIKROSKOP

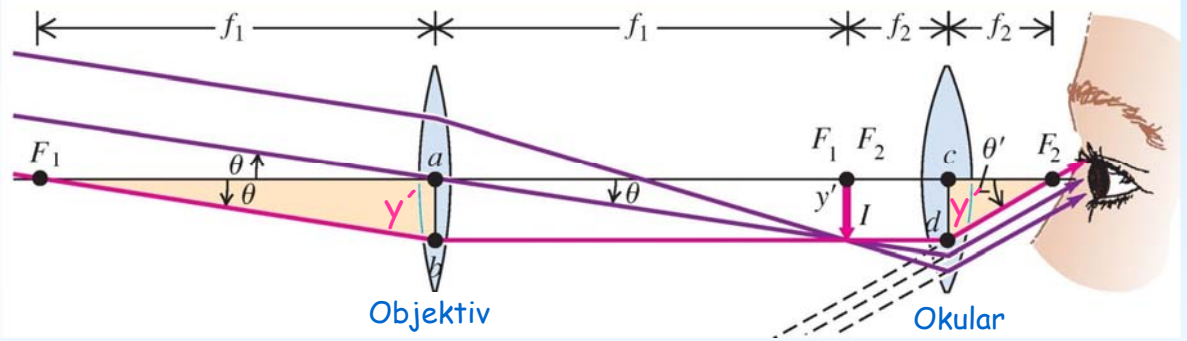
Förstoring:

$$M = m_1 M_2 = -\frac{s'_1}{s_1} \frac{\sigma}{f_2} = -\frac{L\sigma}{f_1 f_2}$$

σ är närpunkts avståndet vilket är typiskt 25 cm

Teleskop





Föremålet är oändligt långt borta så bilden kommer att vara i brännpunkten av objektivet.

$$\tan(\theta) = \theta = \frac{-y'}{f_1}$$

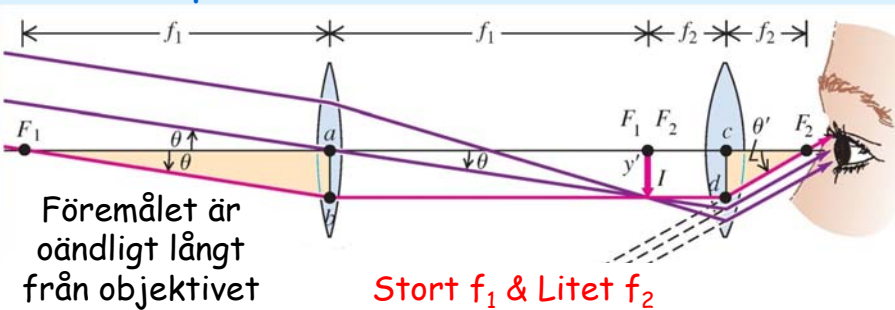
Okularet fungerar som ett förstörings glas med bilden y' i dess brännpunkt.

$$\tan(\theta') = \theta' = \frac{y'}{f_2}$$

Ett teleskops vinkelförstoringen är definierad som förhållandet mellan vinkeln av bilden till det av det inkommande ljuset.

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{y'/f_2}{y'/f_1} = -\frac{f_1}{f_2}$$

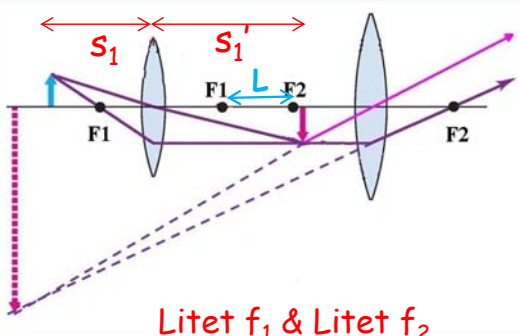
Teleskop



$$M = -\frac{f_1}{f_2}$$

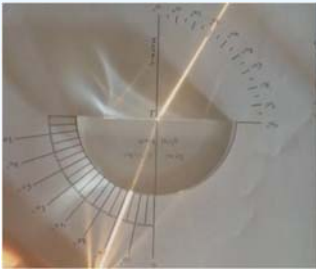
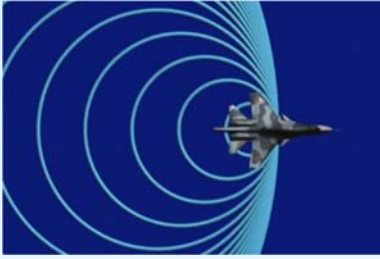
Mikroskop

Föremålet är nära objektivet



$$M = m_1 M_2 = -\frac{s'_1}{s_1} \frac{\sigma}{f_2} = -\frac{L\sigma}{f_1 f_2}$$

σ är närpunkten (typiskt 25 cm)



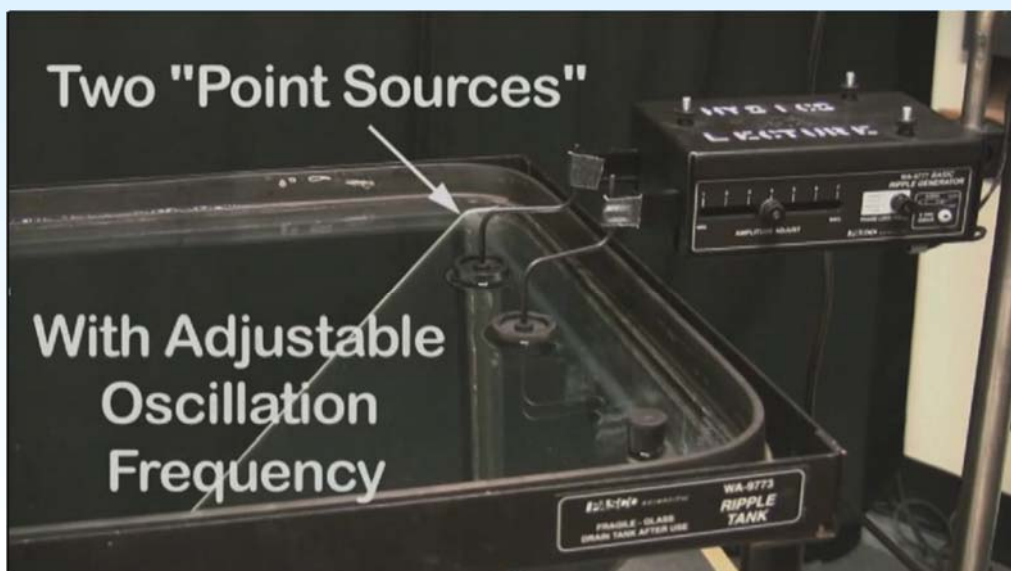
Kapitel 35 - Interferens

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

197

Interferens

Interferens

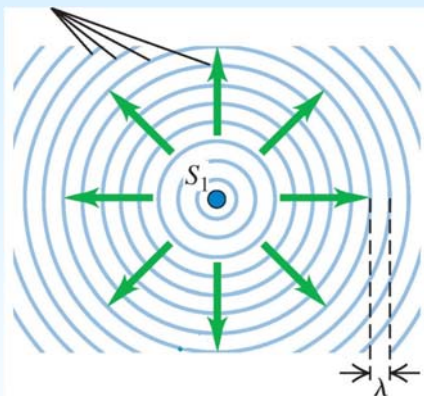


<https://www.youtube.com/watch?v=UMkAXvWIRY4>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

198

Vågfronter: vågtoppar i en våg åtskilda av en λ



Interferens:

Vågor överlappar i rymden

Koherenta källor:

samma frekvens (eller våglängd) och konstant fasförhållande (inte nödvändigtvis i fas).

Superpositions principen

När två eller fler vågor överlagras så blir den momentana förflyttningen

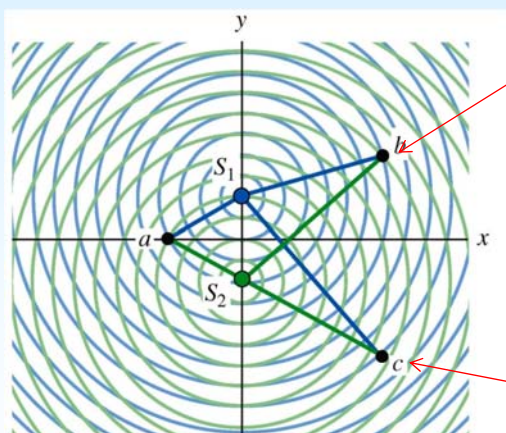
=

Summan av förflyttningen från de individuella vågorna var för sig

Konstruktiv interferens

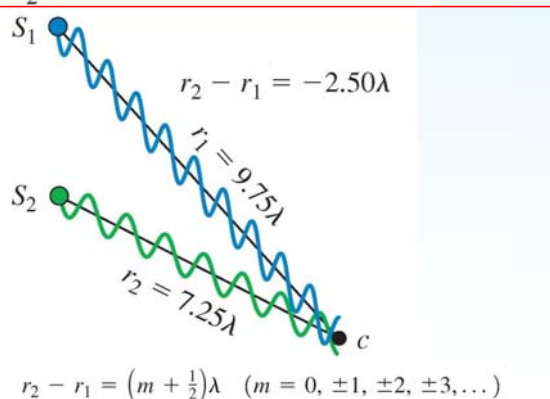
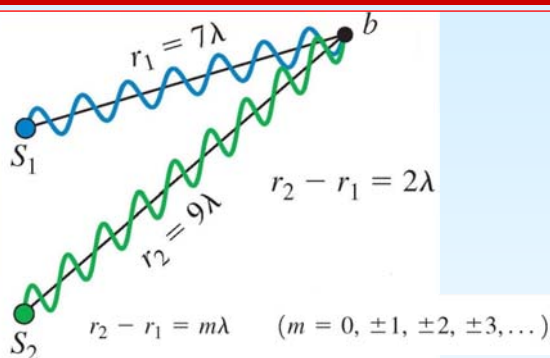
$$\delta = r_2 - r_1 = m\lambda$$

Formelsamling



Destructiv interferens

$$\delta = r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$



Antinodala kurvor =
konstruktiv interferens
(nod = minimum)

Anta att i en punkt gäller:

$$E_1 = E_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_1 - \omega t + \phi\right)$$

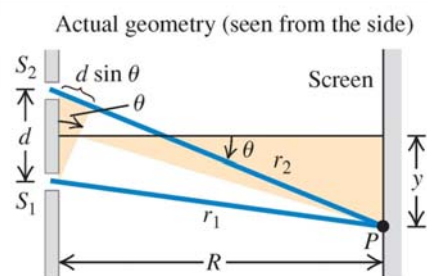
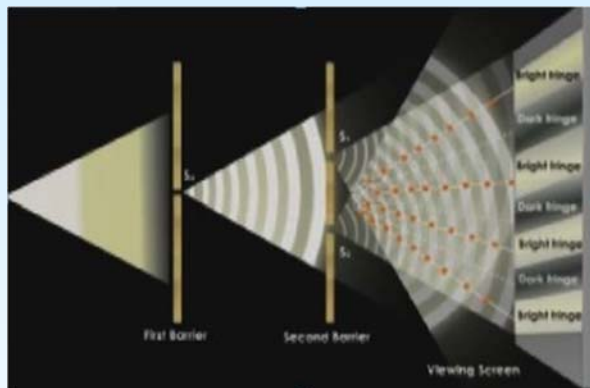
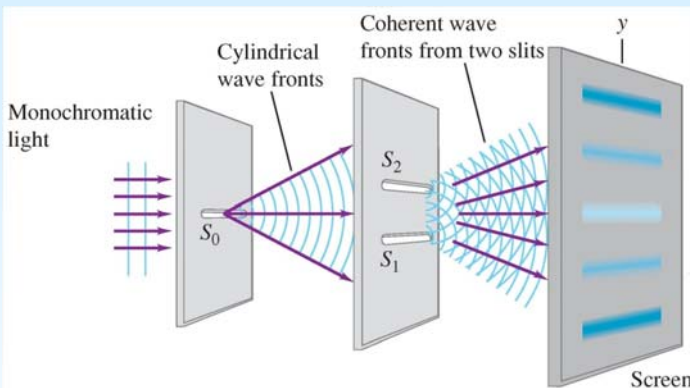
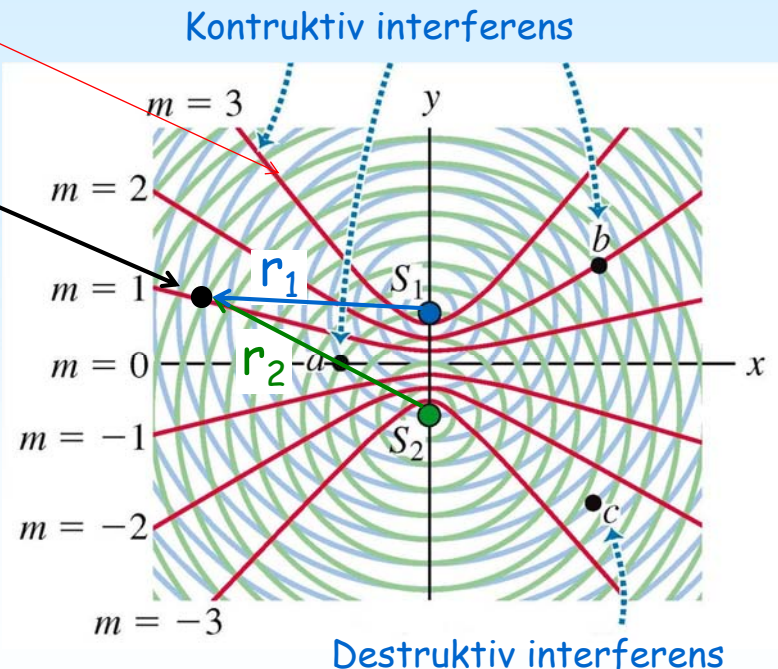
$$E_2 = E_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_2 - \omega t\right)$$

$$E = E_1 + E_2$$

Att öka r_1 med en våglängd
ger samma ändring av E som
att öka fasvinkeln ϕ med 2π :

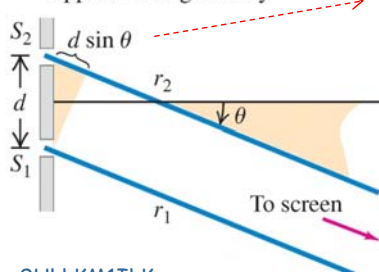
$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

Formelsamling



<https://www.youtube.com/watch?v=9UkkKM1IkKg>

Approximate geometry



$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin(\theta)$$

Konstruktiv

$$d \sin \theta = m\lambda$$

Destruktiv

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Geometri: $r_2 - r_1 = d \sin(\theta)$

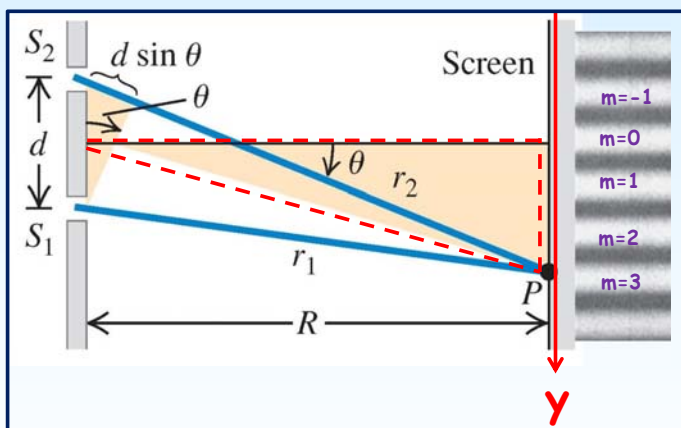


Diagram showing a right triangle with hypotenuse R , vertical side y , and angle θ . The relationship is given as:

$$\tan(\theta) = \frac{y}{R} \approx \sin(\theta)$$

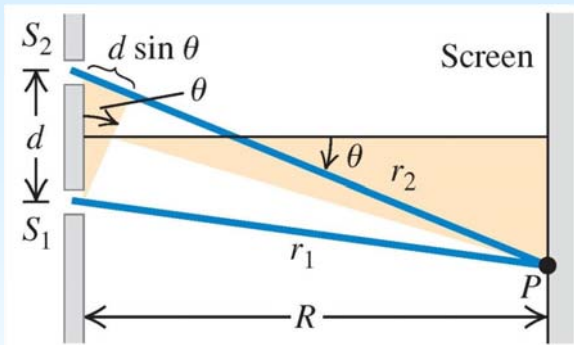
$$r_2 - r_1 = d \frac{y}{R}$$

Konstruktiv interferens:

$$r_2 - r_1 = m \lambda$$

$$y_m = R \frac{m \lambda}{d}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$



En vägskillnad av en våglängd motsvarar en fasskillnad på 2π

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

Vägskillnaden

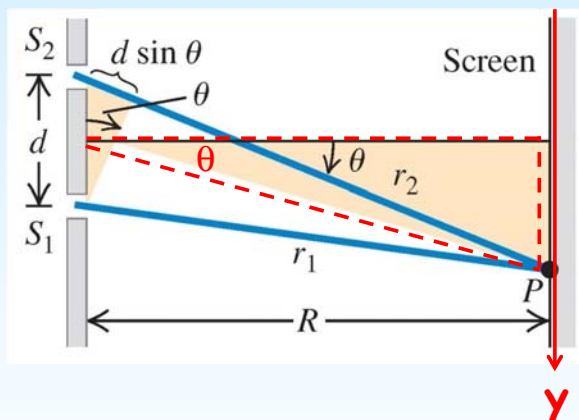
$$r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

Formelsamling

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Introducera y i formeln

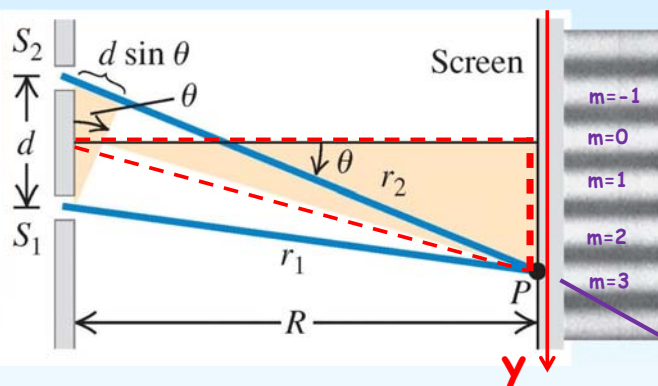


$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$\tan(\theta) = y / R \approx \sin(\theta)$$

litet θ

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$

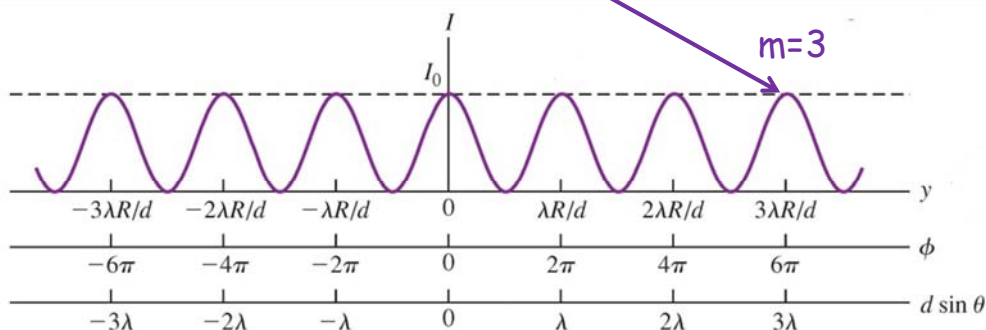


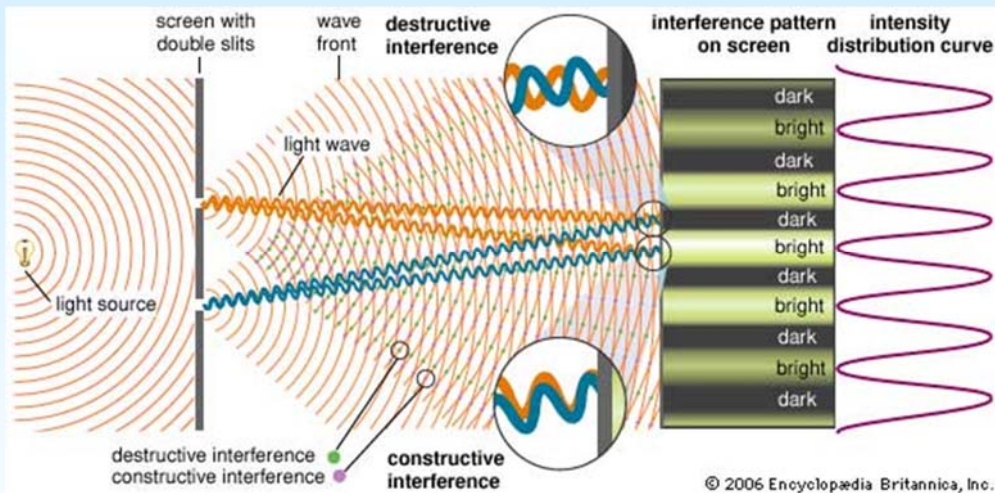
$$\phi \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$

Intensitet:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda R} \right)$$

Formelsamling





© 2006 Encyclopædia Britannica, Inc.

Konstruktiv interferens:

Formelsamling

$$r_2 - r_1 = d \sin(\theta) = m \lambda$$

$$y_m \approx m \cdot (R \lambda / d)$$

Intensitet

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$

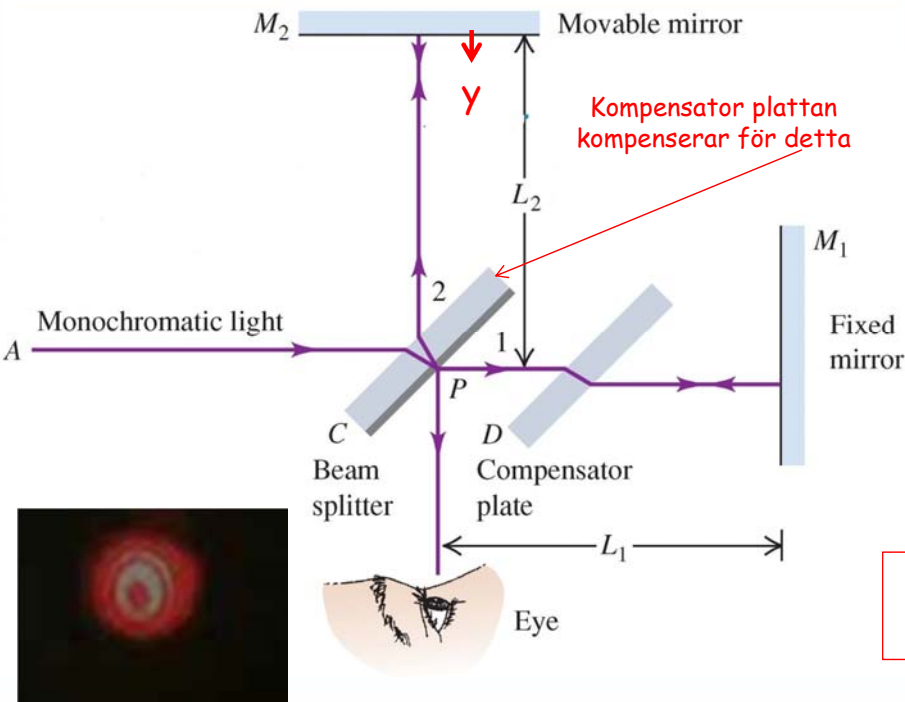
Interferens Michelsons interferometer

Michelsons interferometer



Interferens

Michelsons interferometer



Observatören ser ett **interferensmönster** med ringar.

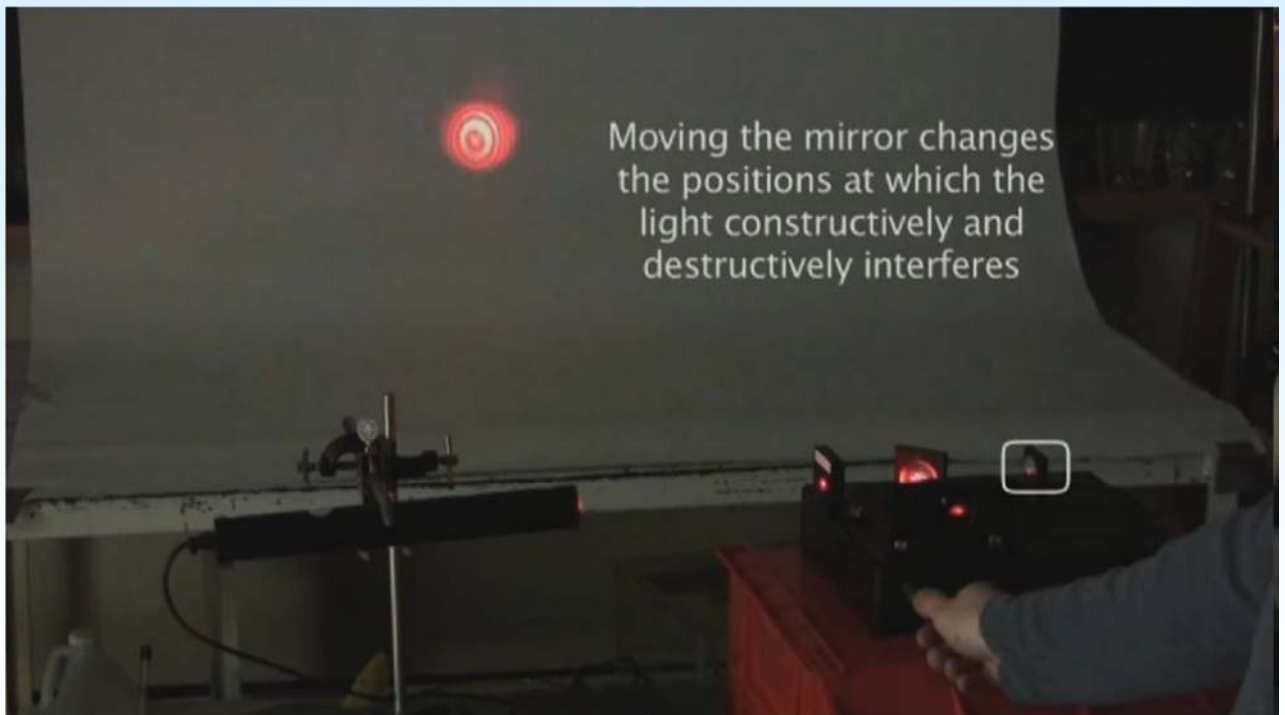
Ringarna i mönstret kommer att **röra sig** när spegeln flyttas.

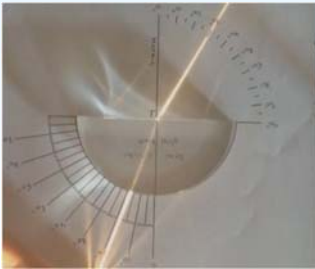
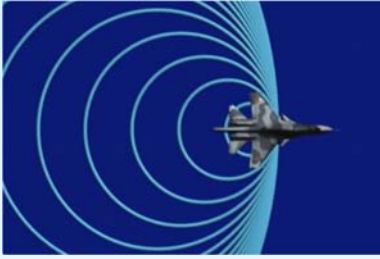
Antalet ringar (m) som passerar förbi kan användas för att **beräkna y eller λ**

$$y = m \frac{\lambda}{2} \quad \lambda = \frac{2y}{m}$$

Interferens

Michelsons interferometer





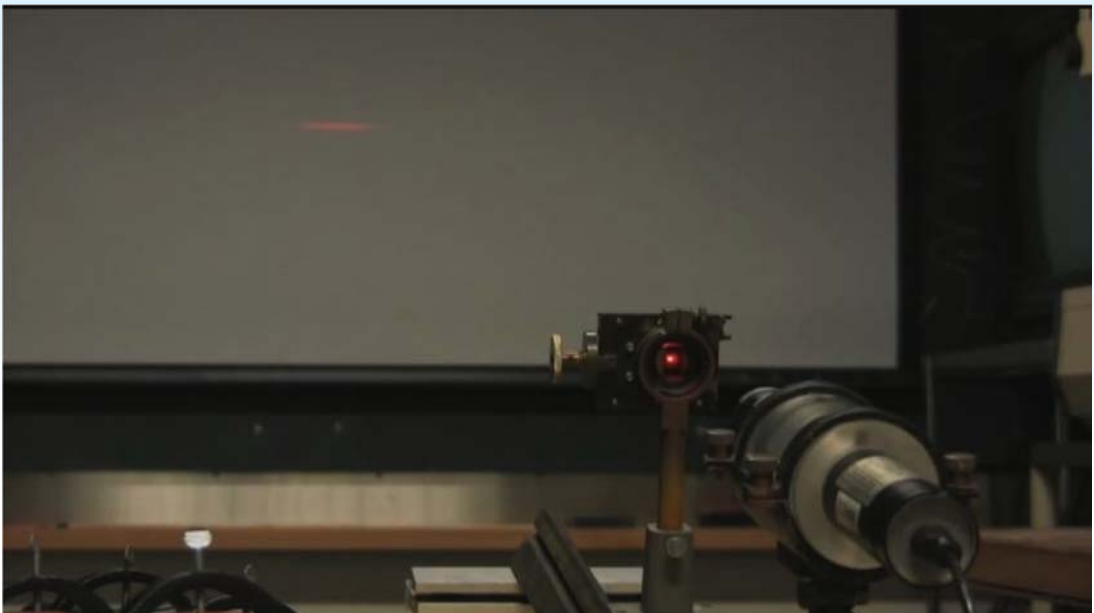
Kapitel 36 - Diffraktion

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

211

Diffraktion

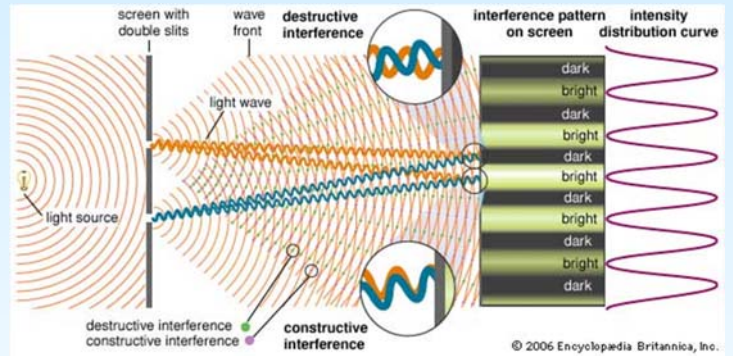
Diffraktion



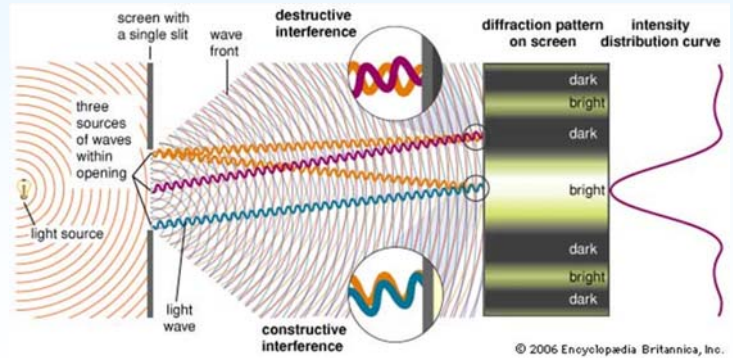
Vincent Hedberg - Lunds Universitet

212

Interferens:
Dubbel spalt
experiment

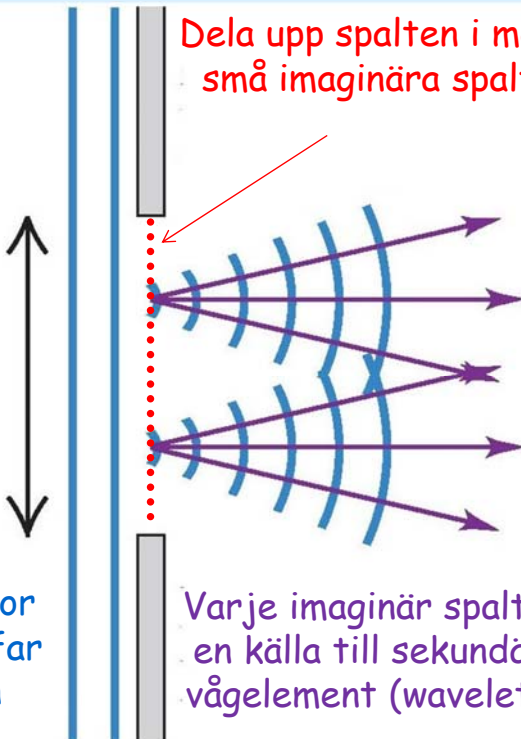


Diffraktion:
singel spalt
experiment



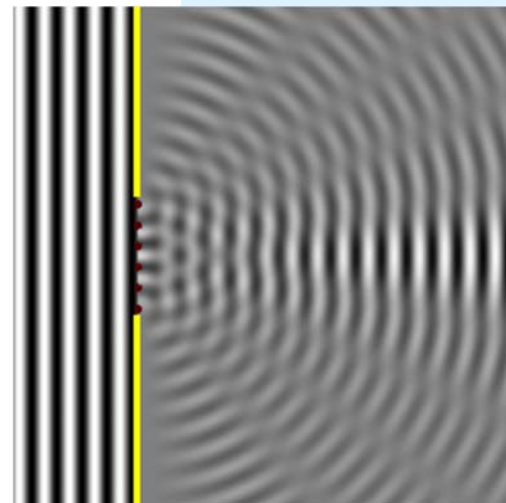
Dela upp spalten i många
små imaginära spalter

$a =$
spalt
bredden



Plana vågor
som träffar
spalten

Varje imaginär spalt är
en källa till sekundära
vågelement (wavelets).

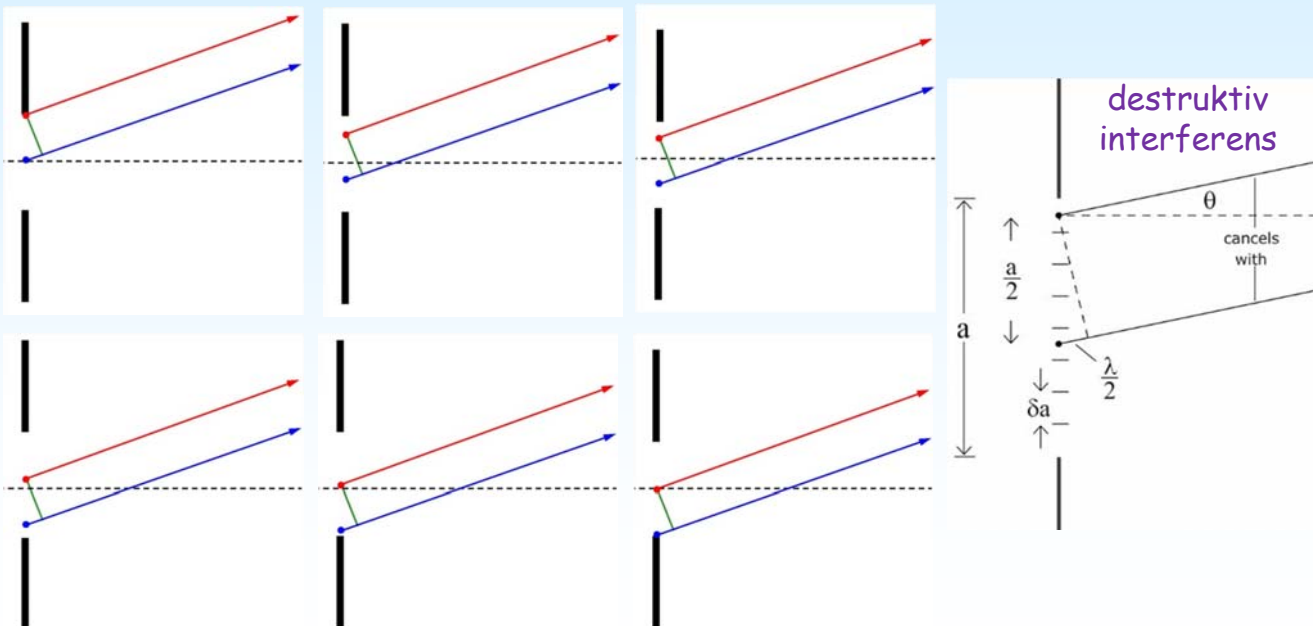




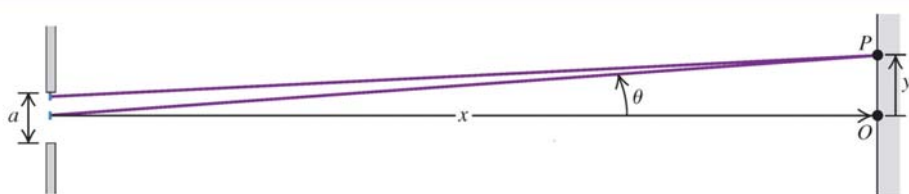
Diffraktion



TRICKET: För varje punkt i den övre halvan av spalten finns en motsvarande punkt i den nedre halvan som den kan interferera med.



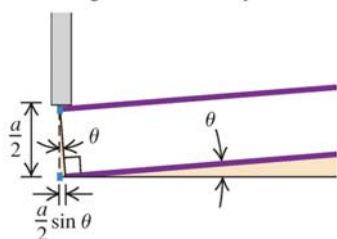
Diffraktion



Geometri:

$$\tan(\theta) = y / x$$

Enlarged view of the top half of the slit



Destructiv Interferens:

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2} m$$

$$\sin(\theta) = m\lambda/a$$

$$m = \pm 1, \pm 2,$$

Formelsamling

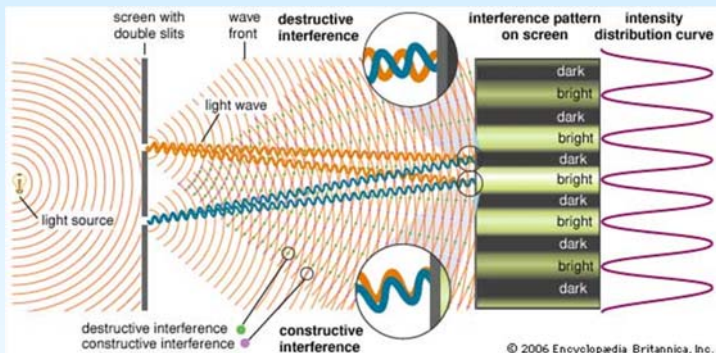
Små vinklar:

$$\tan(\theta) \approx \theta$$

$$\sin(\theta) \approx \theta$$

$$y_m = x \frac{m\lambda}{a} \quad (\text{for } y_m \ll x)$$

$$m = \pm 1, \pm 2,$$

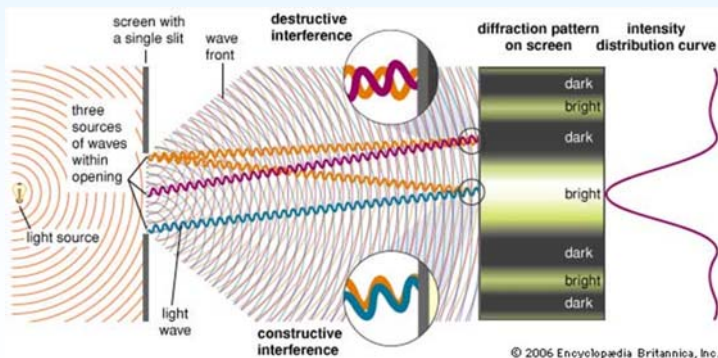


Ljusa band:

$$y_m = R \frac{m\lambda}{d}$$

Avstånd till skärmen
 Våglängd
 Spalt avstånd

$$m = 0, \pm 1, \pm 2,$$

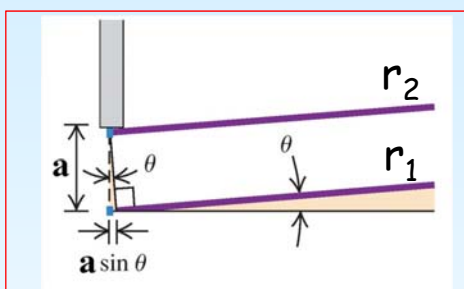


Mörka band:

$$y_m = x \frac{m\lambda}{a}$$

Avstånd till skärmen
 Våglängd
 Spalt bredd

$$m = \pm 1, \pm 2,$$



Vägskillnaden:

$$r_2 - r_1 = a \sin(\theta)$$

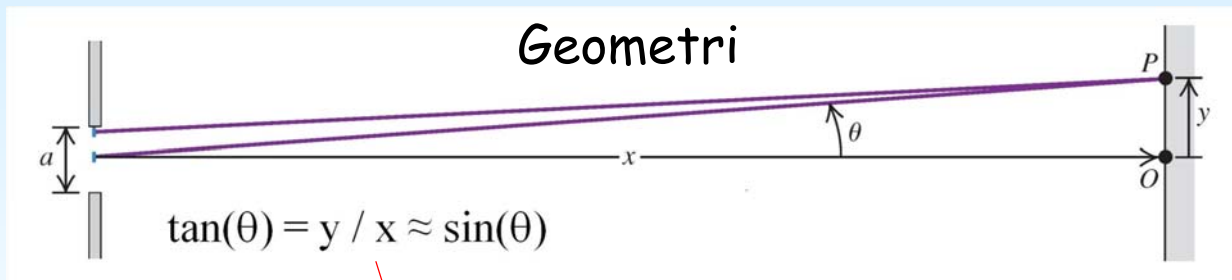
En vägskillnad av en våglängd motsvarar en fasskillnad på 2π

$$\frac{\beta}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

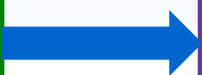
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

Formelsamling

$r_2 - r_1$ är vägskillnaden mellan en stråle från toppen och botten av spalten.



$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$



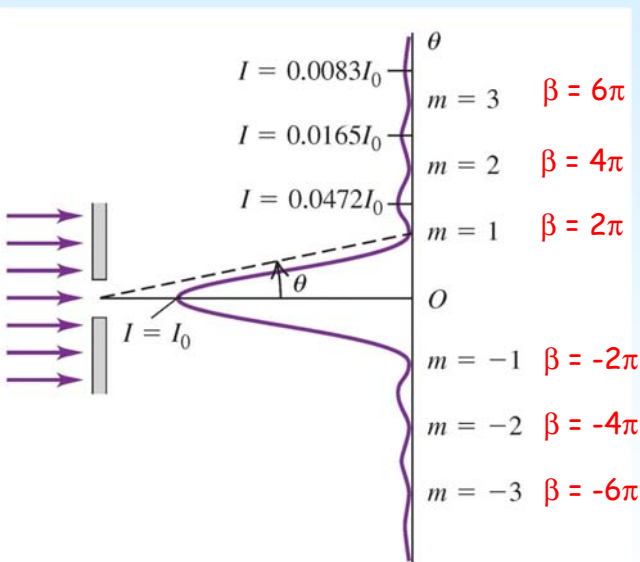
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin(\theta) \approx \frac{2\pi}{\lambda} a \frac{y}{x}$$

Formelsamling

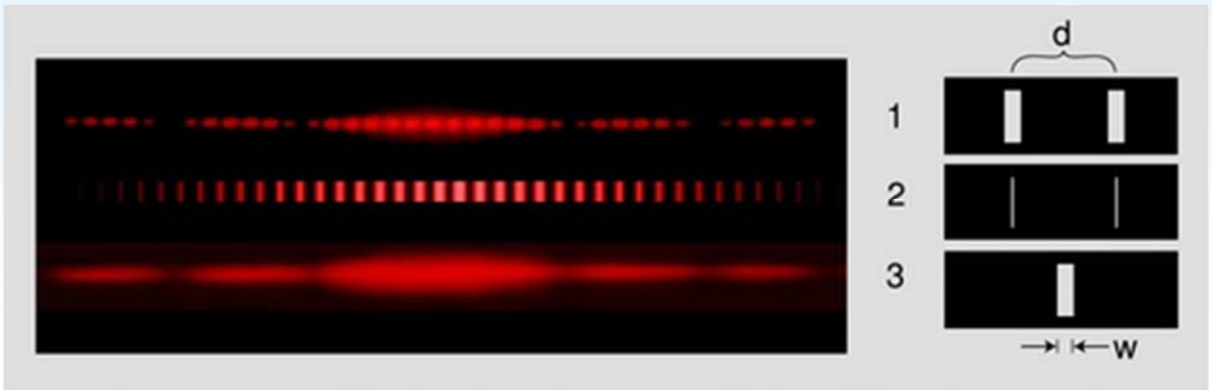
$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

där

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin(\theta) \approx \frac{2\pi}{\lambda} a \frac{y}{x}$$



Två breda spalter



I studien av interferens från två spalter antogs det att de var mycket smala. Vad händer om de är breda?

Två smala spalter:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

En bred spalt:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

Två breda spalter:

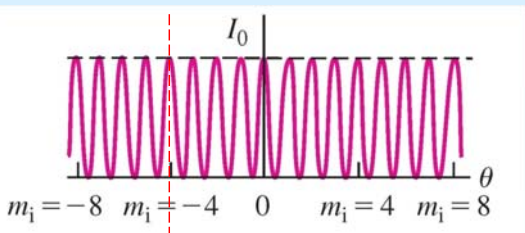
$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

där

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

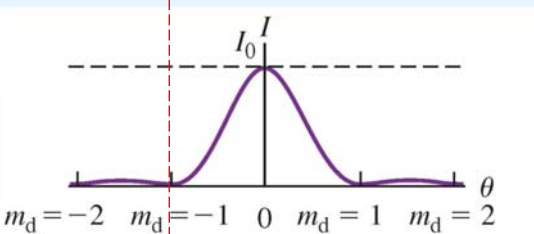
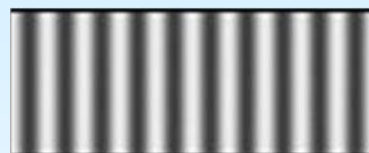
$$\beta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

Formelsamling



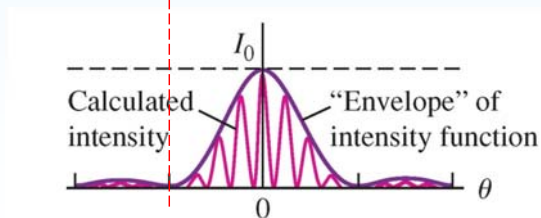
Två smala spalter:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$



En bred spalt:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

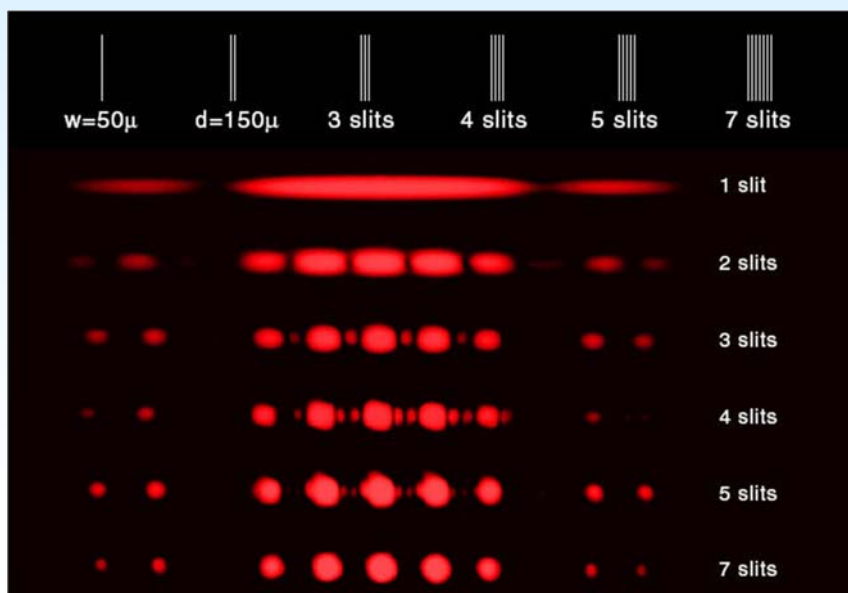


Två breda spalter:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$



Många spalter



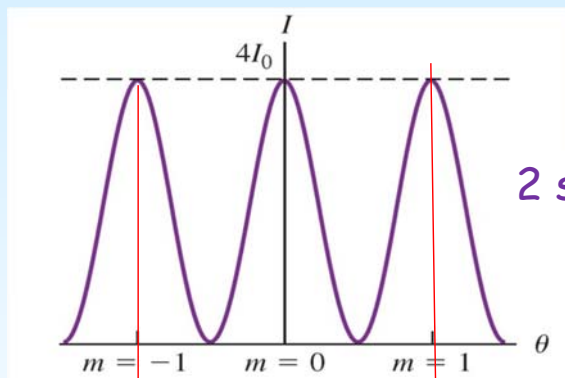
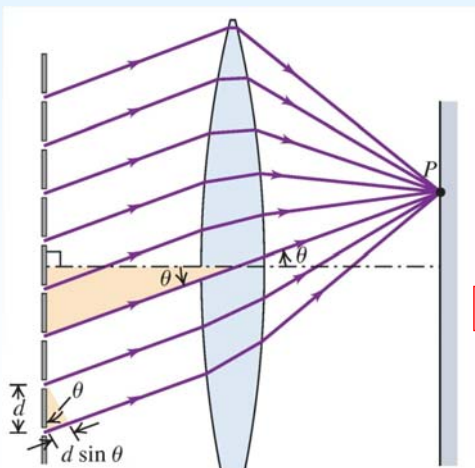


Diffraktion Många spalter

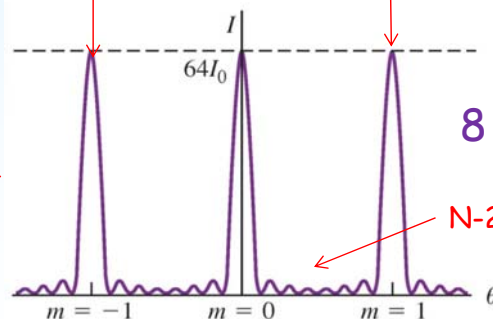


Vägskillnaden mellan intilliggande spalter som ger **maximal intensitet** med många spalter ges av:

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$



2 spalter



8 spalter

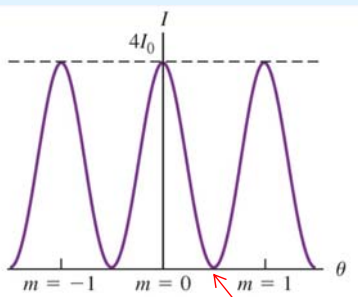
N-2 små toppar



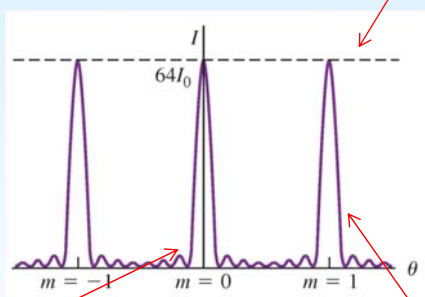
Diffraktion Många spalter



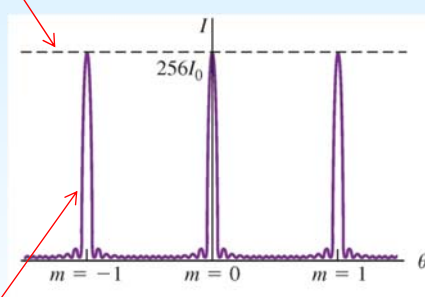
N = 2



N = 8



N = 16



N-1 minimum
N-2 små toppar

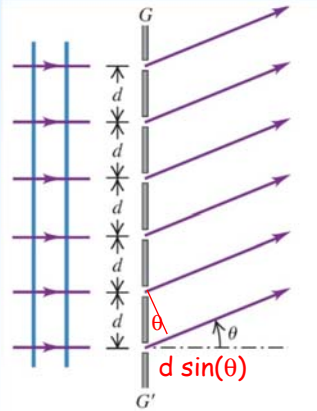
$$I_{\max} \sim N^2$$

$$I_{\text{width}} \sim 1 / N$$

Huvud maximum: $d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$

I **diffraktions gitter** använder man **tusentals spalter** eller **tusentals reflekterande ytor**. Detta ger mycket **smala huvud maximum** som kan användas för att bestämma våglängden av olika ljus.

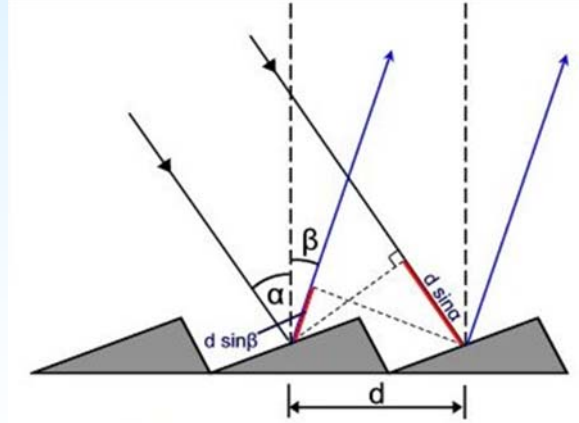
Transmissions gitter



Vägskillnaden för maximum:

$$\delta = d \sin(\theta) = m\lambda$$

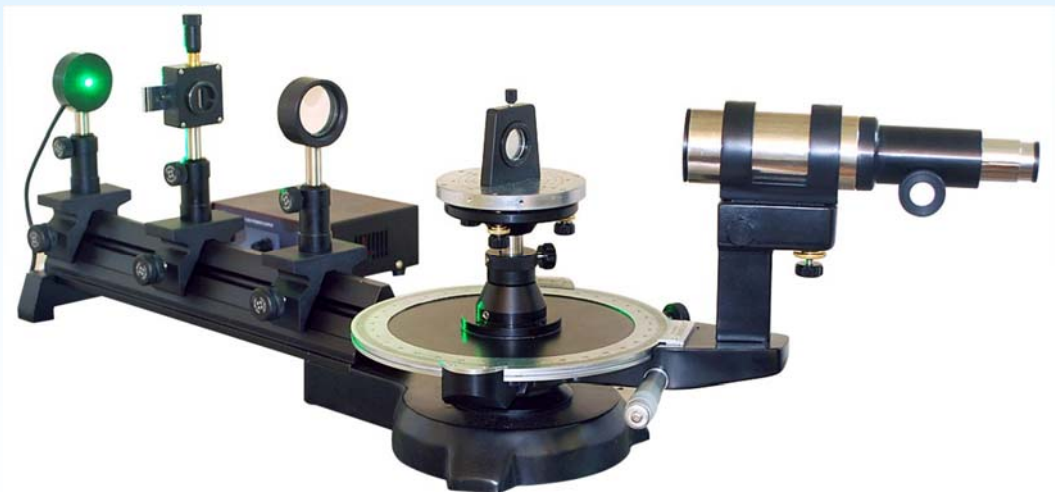
Reflektions gitter



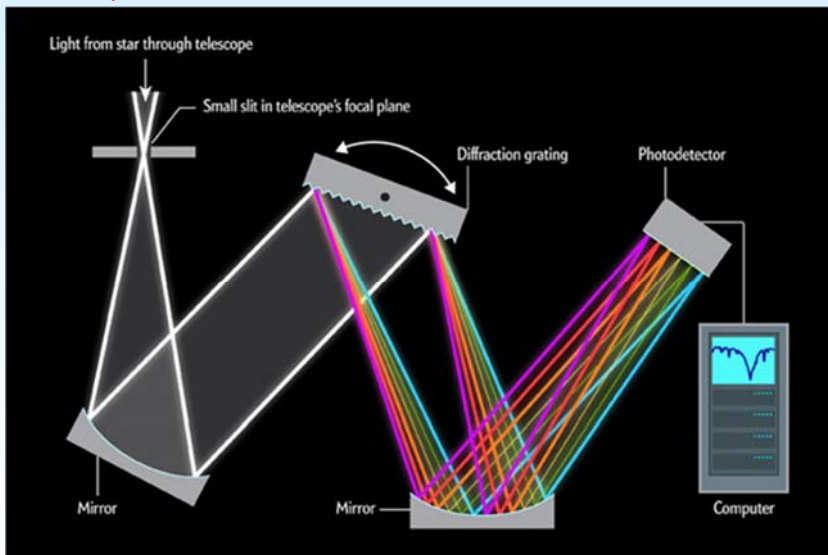
Vägskillnaden för maximum:

$$\delta = d \sin(\alpha) - d \sin(\beta) = m\lambda$$

Spektrometrar



Spektrometer för astronomi



Ljus som infaller på ett gitter dispergeras i ett spektrum. Vinklarna för avvikelser hos maxima mäts för att beräkna våglängden.

Kromatisk upplösningsförmåga :

Den minsta våglängdsskillnaden ($\Delta\lambda$) som kan mätas av en spektrograf.

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (\text{chromatic resolving power})$$

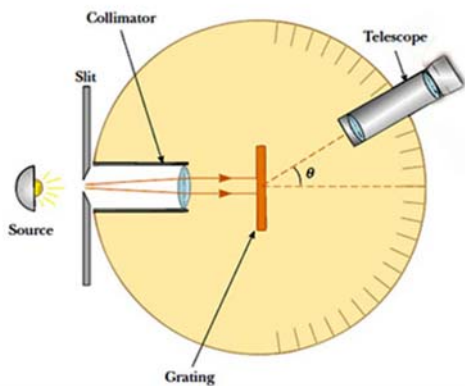
Formelsamling

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

Antal spalter i ett gitter

Ordningen av toppen i diffraktions spectrat

R är högre för många spalter och högre ordningar !



<https://www.youtube.com/watch?v=b85paV77dS8>

Gitter: 1000 spalter per mm Första maximum vid 24° Vad är λ ?

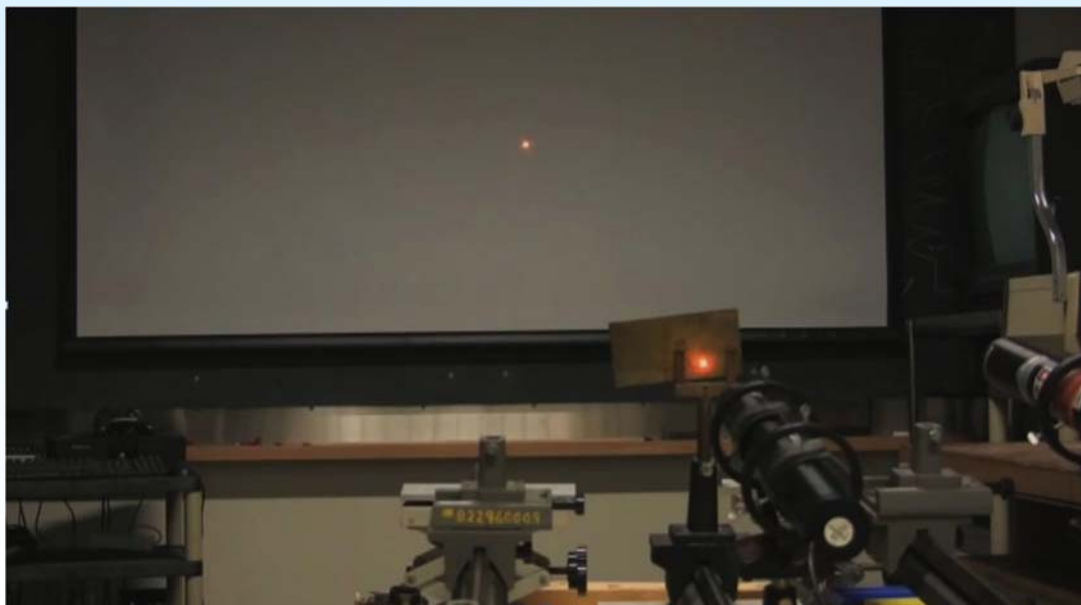
$$d \sin \theta = m \lambda$$

med

$$d = 1 \text{ mm} / 1000 \text{ slits} = 10^{-6} \text{ m}$$
$$\theta = 24^\circ$$

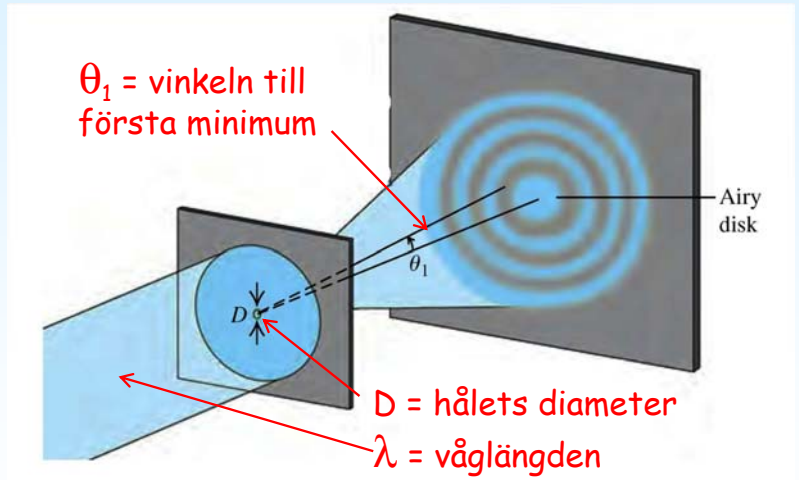
$$\lambda = d \sin(\theta) = 10^{-6} \sin(24^\circ) = 0.407 \times 10^{-6} = 407 \text{ nm}$$

Hål diffraktion



<https://www.youtube.com/watch?v=9D8cPrEAGyc>

Diffraction begränsar vinkelupplösningen av optiska instrument.



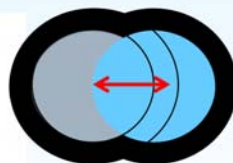
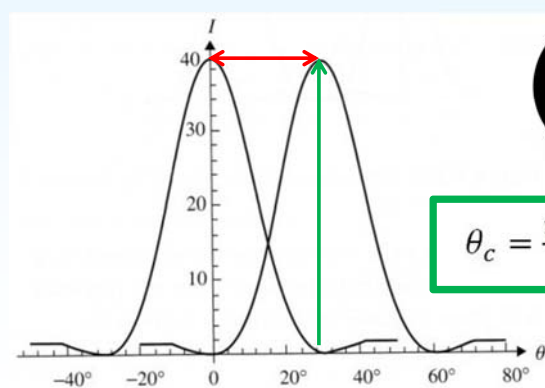
Vinkeln till första minimum: $\sin \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ (diffraction by a circular aperture)

Rayleigh kriterium:

Två punktojekt kan upplösas av ett optiskt system om deras vinkel separation är större än θ_1

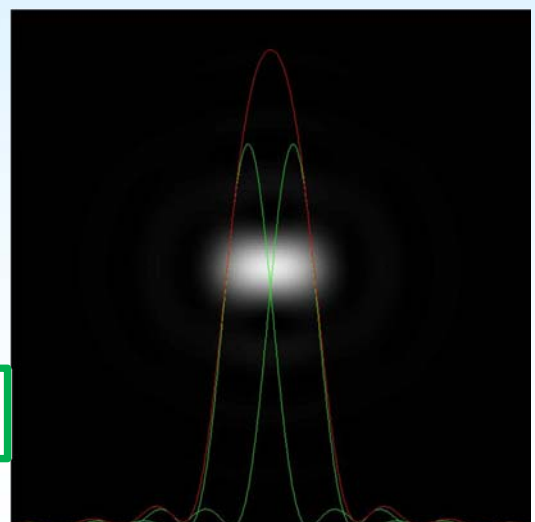
$$\sin \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Gränsen för upplösningen av två föremål är när centrum av ett diffractions mönster är i det första minimum av det andra mönstret.



$$\theta_c = \frac{1.22 \cdot \lambda}{d} \quad (\text{runt hål})$$

Formelsamling





Tentamen



VÅGRÖRELSELÄRA, FYSA01

Fredagen 18 januari 2019

Hjälpmedel: Tefyma och/eller skoltabell, formelsamling samt räknedosa.

Totalpoäng: 20. Minst 10 p för godkänt.

Harmonisk oscillator:	Kapitel 14.1 - 14.4
Mekaniska vågor:	Kapitel 15.1 - 15.8
Ljud:	Kapitel 16.1 - 16.9
Elektromagnetiska vågor:	Kapitel 32.1 & 32.3 & 32.4
Interferens:	Kapitel 35.1 - 35.5
Diffraction:	Kapitel 36.1 - 36.5 & 36.

Optik, FYSA01

Fredagen 18 januari 2019

Hjälpmedel: Tefyma och/eller skoltabell, formelsamling samt räknedosa.

Totalpoäng: 20. Minst 10 p för godkänt.

Ljusetets natur:	Kapitel 33.1 - 33.4 & 33.7
Stråloptik:	Kapitel 34.1 - 34.8



The End